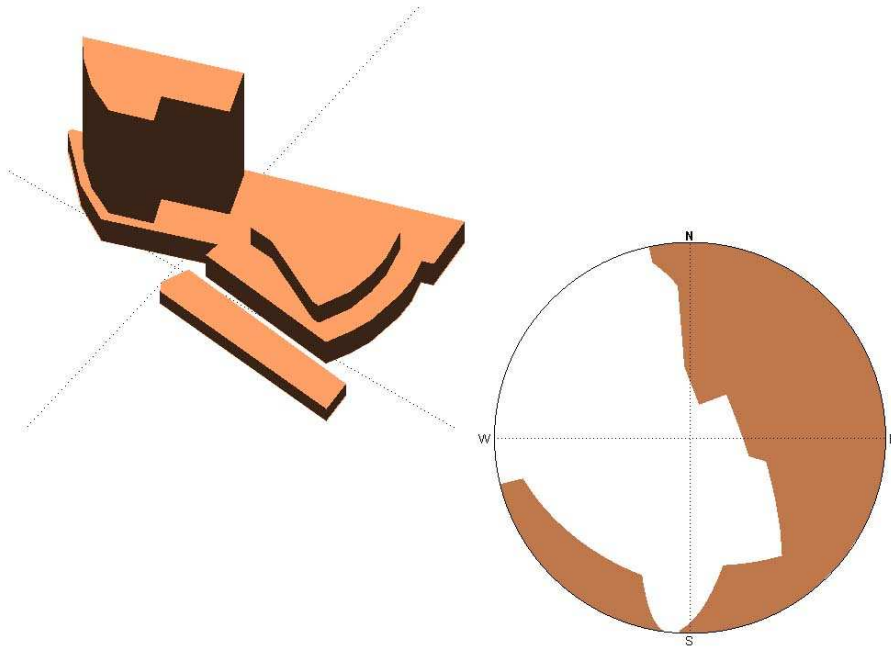


L'analogie de Nusselt



Nous présentons dans ce rapport l'article original de Wilhelm Nusselt, publié en 1928 dans les actes du congrès *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, 72(20):673 1928, avec une traduction en français réalisée par Olivier Brûls.

L'analogie de Nusselt est une interprétation du facteur de vue, qui démontre que celui-ci s'obtient directement par projection orthogonale de la projection sphérique.

Elle est aujourd'hui utilisée dans de nombreux algorithmes. Dans Heliodon, nous l'utilisons pour le calcul des facteurs de vue du ciel.

Liège, le 3 septembre 2009,

Benoit Beckers, Luc Masset et Pierre Beckers

Détermination graphique du rapport d'angle pour le rayonnement thermique

Wilhelm Nusselt

A partir du flux de chaleur $E df_1$ émis par un élément de surface df_1 , la loi de la radiation de Lambert donne la quantité de chaleur qui atteint l'élément de surface df_2 sur un deuxième corps recevant le flux radiatif :

$$d^2Q = \frac{E df_1 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 df_2}{\pi r^2}$$

Dans cette équation, r est la distance entre les deux éléments de surface. α_1 et α_2 sont les angles d'incidence des rayons sur les deux surfaces. En introduisant l'angle spatial $d\omega$, sous lequel l'élément df_2 est vu à partir de l'élément df_1 , l'équation devient :

$$d^2Q = \frac{E df_1 \cos \alpha_1 d\omega}{\pi}$$

En intégrant sur la surface totale F_2 du corps qui reçoit le rayonnement, on obtient :

$$dQ = \frac{E df_1}{\pi} \int^{\omega_0} \cos \alpha_1 d\omega$$

Ainsi, il faut prendre l'intégrale sur l'angle ω_0 , sous lequel le corps est vu à partir de l'élément df_1 . Le rapport d'angle φ est la portion du flux total émis par l'élément df_1 qui atteint le deuxième corps. Nous avons donc :

$$dQ = \varphi E df_1$$

La comparaison des deux dernières équations fournit :

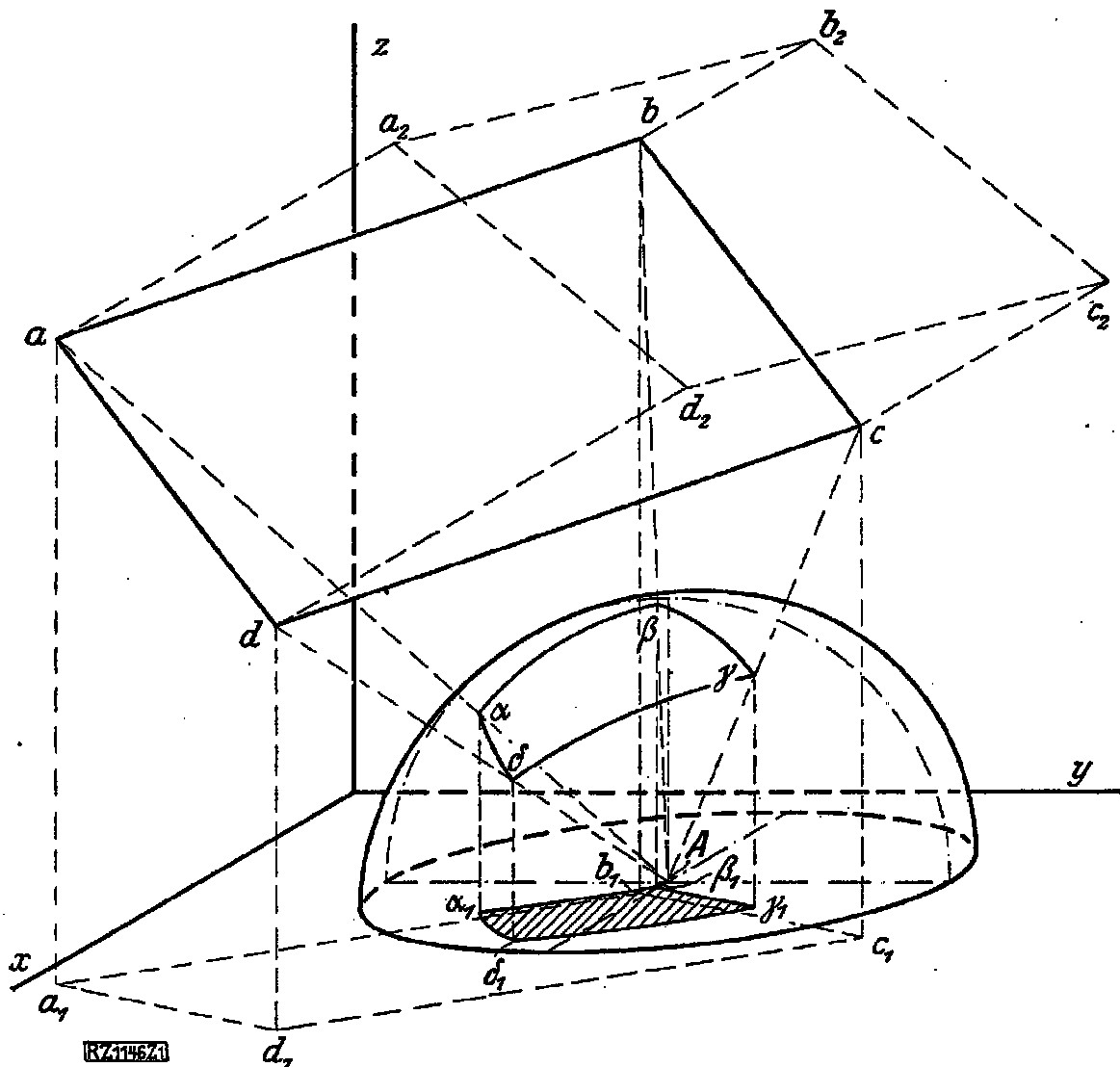
$$\varphi = \frac{1}{\pi} \int^{\omega_0} \cos \alpha_1 d\omega$$

Cette intégrale permet de calculer le rapport d'angle, comme illustré à la figure 1 pour un exemple. On trace un plan comprenant la surface df_1 et tangent au corps et on construit une sphère centrée sur l'élément et de rayon 1. A la figure 1, l'élément df_1 est au point A du plan xy. La normale à l'élément de surface, c'est-à-dire la parallèle à l'axe z, se construit alors avec un angle spatial $d\omega$ et l'angle α_1 . L'amplitude de l'angle $d\omega$ est égale à la surface découpée par le cône de radiation sur la sphère unitaire. Le terme $\cos \alpha_1 d\omega$ est alors la projection de cette surface sur le plan tangent au corps. Par intégration de $\cos \alpha_1 d\omega$ sur la surface F_2 , il suit que l'on doit ramener la surface du cône tangent à la surface irradiée F_2 ; l'intersection de ce cône avec la sphère unitaire est alors à projeter sur le plan tangent.

Le contenu de la surface qui est ainsi délimitée par la ligne fermée est divisé par π , le rapport φ des angles recherché pour le rayonnement.

A la figure 1, abcd est la surface qui est irradiée à partir du point A. Le cône A a b c d découpe sur la sphère unitaire la surface $\alpha \beta \gamma \delta$. La projection de celle-ci dans le plan xy produit la ligne $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1 \delta_1$, dont la surface divisée par π est le rapport des angles φ . Puisque le cercle découpé par la sphère unitaire sur le plan xy, également représenté à la figure 1, délimite une surface dont l'aire est égale à π et puisque les rapports de surface sont conservés par une projection parallèle oblique, le rapport d'angle φ se laisse mesurer sur la figure 1 comme le rapport entre la surface hachurée et la surface de l'ellipse.

A la figure 1, la représentation oblique a été choisie afin de simplifier la compréhension. Pour des applications pratiques, on peut plus simplement travailler avec des projections orthogonales.



Wilhelm Nusselt, Graphische bestimmung des winkelverhältnisses bei der wärmestrahlung, Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, 72(20):673 1928.

Graphit hinsichtlich ihrer Auswirkung auf die Festigkeitseigenschaften genauer verfolgt worden zu sein. Während gewöhnlicher Graphit höchstens die Ritzhärte eins besitzt, steigt die Härte mit abnehmender Korngröße immer mehr an, um bei einem Korndurchmesser von 10^{-6} cm den Höchstwert neun (Korundhärte) anzunehmen⁴⁷⁾. Da die Härte bei weiterer Kornverkleinerung

⁴⁷⁾ E. Koch-Hoim, Wiss. Veröff. Siemens-Konz. Bd. 6 (1927) S. 188.

Graphische Bestimmung des Winkelverhältnisses bei der Wärmestrahlung

Von der Wärmeemission $E d f_1$ eines strahlenden Flächenteilchens $d f_1$ gelangt nach dem Lambertschen Strahlungsgesetz nur die Wärmemenge

$$d^2 Q = \frac{E d f_1 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 d f_2}{\pi r^2}$$

zu einem Oberflächenteilchen $d f_2$ eines zweiten, Wärmestrahlung aufnehmenden Körpers. In dieser Gleichung ist r der Abstand zwischen den beiden Flächenteilchen. α_1 und α_2 sind die Winkel der Verbindungsgeraden der beiden Flächenteilchen mit den auf ihnen errichteten Senkrechten. Führt man den räumlichen Winkel $d \omega$ ein, unter dem man das Teilchen $d f_2$ vom Teilchen $d f_1$ aus sieht, so wird

$$d^2 Q = \frac{E d f_1 \cos \alpha_1 d \omega}{\pi}$$

Integriert man über die ganze Oberfläche F_2 des Körpers, der die Wärmestrahlung aufnimmt, so wird

$$d Q = \frac{E d f_1}{\pi} \int_{\omega_0}^{\omega} \cos \alpha_1 d \omega$$

Dabei ist das Integral über den Winkel ω_0 zu nehmen, unter dem man den Körper vom Flächenteilchen $d f_1$ aus sieht. Das Winkelverhältnis φ ist der Bruchteil der gesamten Strahlung des Flächenteilchens $d f_1$, der den andern Körper trifft. Es ist also auch

$$d Q = \varphi E d f_1$$

Der Vergleich der beiden letzten Gleichungen liefert

$$\varphi = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_0}^{\omega} \cos \alpha_1 d \omega$$

Dieses Integral und damit das Winkelverhältnis kann zeichnerisch ermittelt werden, wie in Abb. 1 für ein Beispiel gezeigt ist. Man legt durch das Flächenteilchen $d f_1$ eine Ebene, die den strahlenden Körper berührt, und schlägt um den Mittelpunkt des Teilchens eine Kugel vom Halbmesser 1. In

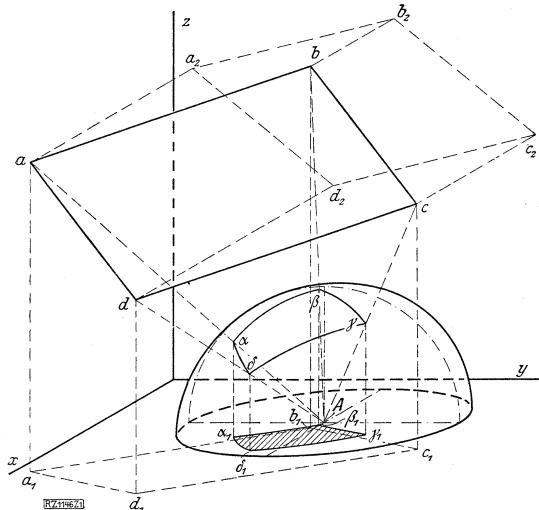


Abb. 1
Konstruktion des Winkelverhältnisses.

— offenbar infolge des Überwiegens der hier gegensätzlichen Korngrenzenwirkung — rasch abfällt, scheint die Theorie auch in diesem Falle Bestätigung zu finden. — Gerade diese Schwierigkeit der Einschätzung des Korngreneinflusses auf die Festigkeitseigenschaften zeigt, wie sehr die vorstehenden Betrachtungen zur Festigkeit des einzelnen Kristallkornes nur als eine Vorstufe zu betrachten sind für eine künftige Erfassung der vielkristallinen Werkstoffeigenschaften. [B 1221]

Abb. 1 liegt das Teilchen $d f_1$ im Punkt A der xy -Ebene. Die Senkrechte auf das Flächenteilchen, also die Parallele zur z -Achse, bildet dann mit dem räumlichen Winkel $d \omega$ den Winkel α_1 . Die Größe des Winkels $d \omega$ ist gleich der Schnittfläche des Strahlenkegels $d \omega$ auf der Einheitskugel. $\cos \alpha_1 d \omega$ ist dann die Projektion dieser Schnittfläche auf die den Körper berührende Ebene. Aus der Integration von $\cos \alpha_1 d \omega$ über die Fläche F_2 folgt, daß man vom Flächenteilchen den Berührungskegel an die bestrahlte Fläche F_2 zu ziehen hat; die Schnittlinie dieses Kegels mit der Einheitskugel ist dann auf die Tangentialebene zu projizieren.

Der Flächeninhalt der so entstehenden geschlossenen Linie ist, durch π geteilt, das gesuchte Winkelverhältnis φ der Strahlung.

In Abb. 1 ist $abcd$ die Fläche, die vom Punkt A aus bestrahlt wird. Der Berührungskegel $Aabcd$ schneidet die Einheitskugel um A in der Fläche $\alpha\beta\gamma\delta$. Deren Projektion auf die xy -Ebene ergibt die Linie $\alpha_1\beta_1\gamma_1\delta_1$, deren Inhalt, durch π geteilt, das Winkelverhältnis φ ist. Da der Schnittkreis der Einheitskugel mit der xy -Ebene, die in Abb. 1 auch eingezeichnet ist, den Inhalt π hat und da sich bei einer schiefwinkligen Parallelprojektion die Inhalte der in einer Ebene liegenden Flächen in gleichem Verhältnis ändern, so läßt sich das Winkelverhältnis φ aus Abb. 1 ableiten als das Verhältnis der schraffierten Fläche $\alpha_1\beta_1\gamma_1\delta_1$ zum Inhalt der Ellipse.

In Abb. 1 ist die schiefwinklige Darstellung der Anschaulichkeit halber gewählt. Bei der praktischen Anwendung kann man einfacher mit orthogonaler Projektion arbeiten. [M 1146]

München

Prof. Dr.-Ing. Wilhelm Nüßelt

Brennstofftagung London 1928¹⁾

Die diesjährige Teilkonferenz der Weltkraftkonferenz, die in London vom 24. September bis 6. Oktober 1928 als Brennstofftagung stattfindet, behandelt in fünf großen Klassen die technischen und wirtschaftlichen Fragen der festen, flüssigen und gasförmigen Brennstoffe, insbesondere ihre Verwertung, neben allgemeinen Gegenständen, wie der Ausbildung in Brennstofffragen usw. Jede Brennstoffgruppe soll nach Zusammensetzung, Einteilung, Herstellung usw. behandelt werden, so daß alle heute belangreichen Brennstoffprobleme geschlossen dargestellt werden.

Deutschland hat, wie in Heft 5 S. 164 d. J. bekanntgegeben, 17 Beiträge zur Verfügung gestellt, für welche technische und wirtschaftliche Spitzenverbände die Patenschaft übernommen haben. Alle Beiträge werden durch das britische nationale Komitee gesammelt und von Generalberichtern, die für jede Klasse und ihre Unterabteilungen bestellt sind, bearbeitet; die für die Aussprache geeigneten wesentlichen Fragen werden hierbei ausgesondert und auf der Tagung besprochen.

Zur Teilnahme an der Brennstofftagung berechtigt die Zahlung des Mitgliedbeitrags von 30 s. (Für Mitglieder der dem Deutschen Nationalen Komitee angeschlossenen Verbände 20 s). Für Deutschland sammelt das Deutsche Nationale Komitee der Weltkraftkonferenz, Berlin NW 7, Friedrich-Ebert-Straße 27 (Ingenieurhaus), die Anmeldungen. Von dort werden alle weiteren Angaben für die Teilnahme an der Konferenz übermittelt. Auch wenn die Teilnahme heute noch nicht feststeht, wolle man sich melden, damit ein Überblick über die Zahl der deutschen Teilnehmer gewonnen werden kann.

Damen dürfen die Teilnehmer begleiten. Die englische Organisation der Brennstofftagung wird sich bemühen, ihnen den Aufenthalt in London durch Besichtigungen usw. angenehm zu machen.

¹⁾ Vergl. Z. Bd. 72 (1928) S. 164.