

Calcul du rayonnement solaire atténué par l'atmosphère

Benoit Beckers & Pierre Beckers

Résumé

L'objet de ce rapport est de montrer comment calculer les composantes directe et diffuse de l'irradiance solaire par temps clair et d'en déduire l'énergie maximale reçue en tout point du globe dans un intervalle de temps donné. Dans cette première approche, on néglige donc deux phénomènes : le couvert nuageux, qui modifie le rapport entre les composantes directe et diffuse de l'ensoleillement, et la réflexion, qui ajoute une troisième composante, souvent ramenée à la notion d'albédo. Les valeurs examinées ici n'ont donc de sens qu'en puissance instantanée, ou en énergie intégrée sur une journée parfaitement ensoleillée en l'absence de toute surface réfléchissante. Ces valeurs servent cependant de référence pour tout calcul plus avancé. Elles montrent comment l'irradiance solaire qui arrive au-dessus de l'atmosphère (la constante solaire) est modifiée par celle-ci et par l'obliquité du flux solaire tombant sur la surface étudiée. Celle-ci peut être un instrument de mesure (pyranomètre ou pyréliomètre), un panneau solaire, une façade ou encore une fenêtre, située quelque part sur le globe terrestre, entre l'équateur et les pôles.

1. Formules de base

Le document s'inspire principalement de « Une introduction à la biophysique environnementale » de Campbell¹ et de travaux antérieurs de Beckers² *et al.* Le calcul de l'atténuation atmosphérique de la radiation solaire est basé sur l'évaluation de la pression atmosphérique et de la masse optique de l'air.

1.1. La pression atmosphérique

La pression atmosphérique est calculée en fonction de l'altitude h exprimée en mètres.

$$\frac{p_a}{p_0} = e^{-\frac{h}{8200}} \quad (1)$$

Au niveau de la mer, la pression vaut : $p_0 = 101325$ Pa (soit 1013.25 hPa ou 1013.25 millibars ou 1.013 bar). La température standard y est de 15°C, soit 288°K. Dans la troposphère, qui s'étend approximativement de 0 à 11 km, la température décroît linéairement de 6.5°C environ par km. Pour le calcul de la pression atmosphérique, Piedallu & Gégout³ utilisent la formulation proposée par l'organisation de l'aviation civile internationale⁴ :

$$\frac{p_a}{p_0} = \left(1 - \frac{6.5}{288} \frac{h}{1000}\right)^{5.256} \quad (2)$$

Comme montré antérieurement², les résultats obtenus par (1) et (2) diffèrent peu et sont même quasiment identiques pour des altitudes inférieures à 4000 m.

¹ G.S. Campbell & J.M. Norman, "An introduction to Environmental Biophysics", New York: Springer, second edition, 1998, ISBN 0-387-94937-2

² B. Beckers, L. Masset & P. Beckers, "Une projection synthétique pour la conception architecturale avec la lumière du soleil", Rapport Helio_003_fr, 2008, www.heliodon.net

³ C. Piedallu & J.-C. Gégout, "Multiscale computation of solar radiation for predictive vegetation modelling", Ann. For. Sci. 64 (2007) 899–909

⁴ OACI (Organisation de l'aviation civile internationale), "Manuel de l'atmosphère type", Doc. 7488/3^{ème} édition, 1993

1.2. La masse optique de l'air

La masse optique de l'air (en anglais : *optical air mass*) est une mesure réalisée au niveau de la mer de la longueur du trajet parcouru à travers l'atmosphère par des rayons lumineux provenant d'un corps céleste; elle s'exprime comme un multiple de la longueur du trajet qui correspond à une source de lumière située au zénith.

Selon le Glossaire de Météorologie publié par l'AMS (*American Meteorological Society*⁵), pour des distances zénithales (rappelons que la distance zénithale est l'angle entre le rayon et la verticale locale) allant jusqu'à environ 70°, elle est approximativement égale à la sécante de l'angle définissant la distance zénithale du corps céleste donné. Pour un calcul plus précis, il faut tenir compte de la réfraction du rayon lumineux^{6,7}

Pour obtenir une valeur représentative à haute altitude, ces valeurs doivent être multipliées par le rapport entre la pression atmosphérique réelle et la pression au niveau de la mer.

La seconde formule de Campbell donne la masse optique de l'air en fonction de l'angle zénithal ψ du rayon solaire et de la pression atmosphérique. Cette formule, commentée ci-dessus [5], correspond à une atmosphère qui serait modélisée par une couche d'épaisseur constante posée sur un plan tangent à la surface terrestre. La masse optique d'air est reliée à l'altitude par une des formules (1) ou (2) de calcul de la pression atmosphérique.

$$m_0 = \sec \psi \quad ; \quad m = \frac{p_a}{p_0} m_0 \quad (3)$$

Pour améliorer la précision de ce calcul, on peut tenir compte de la sphéricité de la terre. Soit R le rayon de la terre et h_{at} la hauteur de l'atmosphère.

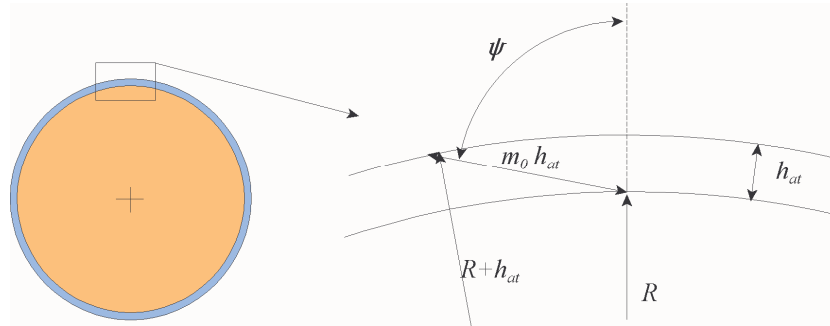


Figure 1 : Schéma de calcul de la masse optique de l'air : m_0

Par la formule des triangles quelconques (loi des cosinus ou théorème d'Al-Kashi) :

$$(R + h_{at})^2 = (m_0 h_{at})^2 + R^2 - 2m_0 h_{at} R \cos(\pi - \psi) \quad (4)$$

Cette expression se transforme en :

$$(2R + h_{at})h_{at} = m_0 h_{at} (m_0 h_{at} + 2R \cos \psi) \quad (5)$$

En divisant par $h_{at} R$:

$$2 + \frac{h_{at}}{R} = m_0^2 \frac{h_{at}}{R} + 2m_0 \cos \psi \quad (6)$$

⁵ List, R. J., Ed., 1951: Smithsonian Meteorological Tables, 6th rev. ed., p. 422.

<http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?id=optical-air-mass1>

⁶ Kristensen, "Astronomical refraction and airmass", *Astron. Nachr.*, vol 319 (1998) 3, 193-198

⁷ Wittmann, "Astronomical refraction formulae for all zenith distances", *Astron. Nachr.* 318(1997) 5, 305-312

Comme R est grand (± 6400 km) par rapport à h_{at} (11 km pour l'épaisseur de la troposphère), les termes en h_{at}/R peuvent être négligés. L'expression (6) se transforme alors en :

$$1 = m_0 \cos \psi \text{ ou encore : } m_0 = \sec \psi \quad (7)$$

Cette simplification correspond à la formule utilisée en (3) où on approchait l'atmosphère par une couche plane d'épaisseur h_{at} tangente à la sphère terrestre.

En reprenant l'équation (6) et en multipliant par R/h_{at} , on obtient l'équation du second degré :

$$m_0^2 + 2 \frac{R}{h_{at}} \cos \psi m_0 - \left(2 \frac{R}{h_{at}} + 1 \right) = 0 \quad (8)$$

Seule la solution positive nous intéresse :

$$m_0 = -\frac{R}{h_{at}} \cos \psi + \sqrt{\left(\frac{R}{h_{at}} \cos \psi \right)^2 + \left(2 \frac{R}{h_{at}} + 1 \right)} \quad (9)$$

Cependant, cette solution fait intervenir le rapport R/h_{at} , une constante qu'il n'est pas facile de définir. En effet, comment décider de la hauteur de l'atmosphère ?

Pour $\psi = \pi/2$, $\cos \psi = 0$, (rayon horizontal), on obtient :

$$m_0 = \sqrt{2 \frac{R}{h_{at}} + 1} \approx \sqrt{2 \frac{R}{h_{at}}} \approx \sqrt{\frac{2R}{8}} \approx \sqrt{\frac{R}{4}} \approx \sqrt{\frac{6400}{4}} = \sqrt{1600} = 40 \quad (10)$$

Cette approximation correspond à un rayon $R = 6400$ km et une hauteur $h_{at} = 8000$ m, ce qui permet de réécrire la relation sous la forme :

$$m_0 = \sqrt{1601 + (800 \cos \psi)^2} - 800 \cos \psi \quad (11)$$

La formule (9) est également présentée sur le site Wikipedia⁸. L'auteur de la note utilise un rayon $R = 6371$ km et une hauteur $h_{at} = 8435$ m, ce qui permet d'écrire (9) sous la forme suivante qui est légèrement différente de (11) :

$$m_0 = \sqrt{1511 + (755 \cos \psi)^2} - 755 \cos \psi \quad (12)$$

Pour $\psi = \pi/2$, on obtient : $m_0 = 38.88$.

Piedallu & Gégout utilisent une formule d'ajustement similaire :

$$m_0 = \sqrt{1229 + (614 \cos \psi)^2} - 614 \cos \psi \quad (13)$$

Pour $\psi = \pi/2$, on obtient alors : $m_0 = 35$.

Pour $\psi = 0$, $\cos \psi = 1$ (rayon vertical), toutes les formules précédentes donnent la solution attendue : $m_0 = 1$.

⁸ <http://en.wikipedia.org/wiki/Airmass>

Les formules (11), (12), (13), (7) et (9) conduisent au même graphique (figure 2) jusqu'à un angle zénithal proche de 90°.

Masse optique de l'air, m_o , pour un rayon horizontal	
Campbell (sécante), (7)	∞
Sphérique (10), avec $R = 6400$ km et $h_{at} = 8000$ m	40 -- ($R/h_{at} = 800$)
Sphérique (9), avec $R = 6371$ km et $h_{at} = 8435$ m	39 -- ($R/h_{at} = 755$)
Piedallu & Gégout, (13)	35 -- ($R/h_{at} = 614$)

En conclusion, pour calculer la masse optique de l'air, il est préférable d'utiliser la formule la plus simple (3) dite de la sécante. Les autres formules n'apportent pas d'amélioration significative et ont l'inconvénient d'exiger une donnée physique supplémentaire - la hauteur de l'atmosphère - qui est difficile à déterminer. Ces approximations peuvent être testées au moyen de la procédure de l'annexe 1.

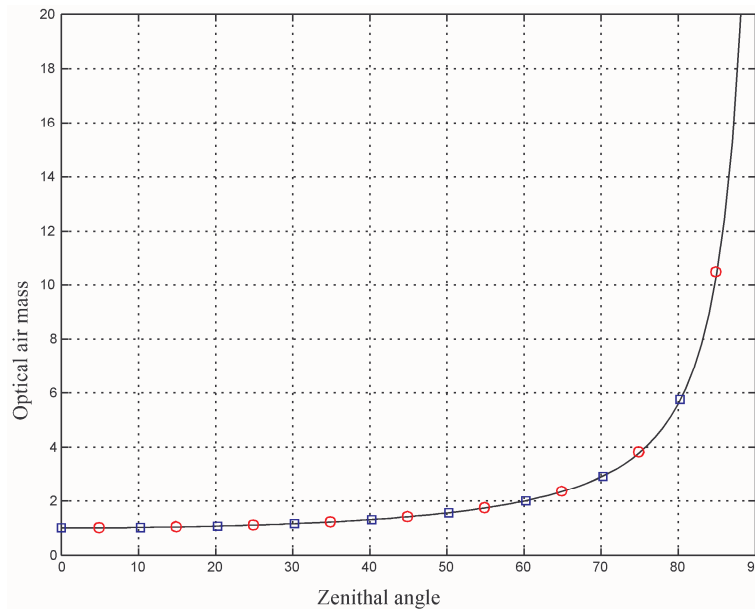


Figure 2 : $m_o(\psi)$, courbe noire : approximation de la sphère (9), cercles rouges : approximation de Piedallu (13), carrés bleus : formule de la sécante, Campbell (7)

On peut calculer m directement en fonction de l'altitude en utilisant les combinaisons des formulations définies pour les deux entités : pression atmosphérique et nombre de masse optique. En combinant les formules (1) et (3), par exemple, on obtient l'expression suivante :

$$m = e^{-\frac{h}{8200}} \sec \psi \quad (14)$$

2. Calcul de l'irradiance solaire

2.1. Irradiance sur un plan toujours orienté vers le soleil

2.2.1. Irradiance directe

L'irradiance du rayonnement solaire extra-atmosphérique sur une surface perpendiculaire au rayon est désignée par la variable S_{p0} ($S_{p0} = 1367 \text{ W m}^{-2}$), tandis que l'irradiance solaire directe sur une surface terrestre

perpendiculaire au rayon est désignée par la variable S_{pb} . Ces deux grandeurs se mesurent en $W m^{-2}$. Elles sont liées par une relation dans laquelle on introduit la transmittance atmosphérique, un nombre sans dimension dont la valeur pour un ciel bleu est comprise, selon Campbell, entre 0.65 et 0.75.

$$S_{pb} = S_{p0} \tau^m \quad (15)$$

Dans la formulation (3), le nombre m tend vers l'infini lorsque le rayon devient horizontal. Quelle que soit la valeur (par définition inférieure à un) de la transmittance, l'irradiance directe tend donc vers zéro lorsque le soleil se couche sur l'horizon. Une transmittance égale à 1 correspondrait à un milieu parfaitement transparent, c'est-à-dire au vide.

La figure 3 montre le rapport $100 S_{pb} / S_{p0}$ pour les altitudes de 0 m à 9000 m avec une transmittance atmosphérique égale à 0.7. La procédure Matlab qui permet de créer la figure 3 est reprise en annexe 2.

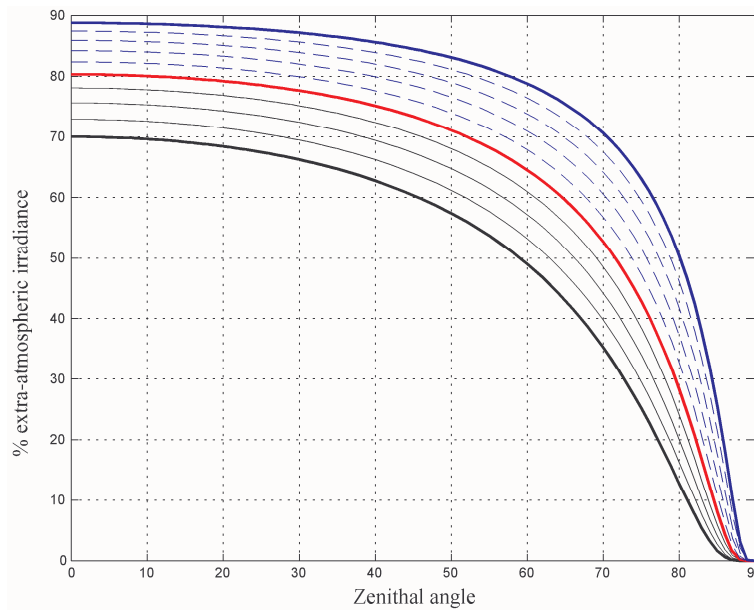


Figure 3 : Pourcentage de l'irradiance extra-atmosphérique sur une surface perpendiculaire au rayon en fonction de l'angle zénithal (degrés) aux altitudes de 0m (noir continu), 4000m (rouge continu) et 9000m (bleu continu), $\tau = 0.7$

Proportion d'irradiance extra-atmosphérique produite par un rayon vertical sur une cible horizontale à différentes altitudes		
En accord avec la figure 3 et les formules (14) et (15)	70 %	à 0 m d'altitude
la proportion d'irradiance extra-atmosphérique est de :	80 %	à 3850 m
	90 %	à 10000 m
<i>Bien que sans justification physique on obtient aussi :</i>	99 %	à 30000 m

A 4000 mètres d'altitude, pour un rayon vertical, on gagne donc 10% du rayonnement extra-atmosphérique. Pour des angles zénithaux plus importants, l'effet de l'altitude est plus marqué. Ainsi, pour un point situé à 50° nord, on obtient les pourcentages d'irradiance extra-atmosphérique suivants :

Date	Angle zénithal à midi	% à 0 m	% à 4000 m	Rapport 4000m / 0m
21 juin	26.5°	76	84	111 %
21 décembre	73.5°	32	49	152 %

L'augmentation de l'irradiation avec l'altitude est presque la même que pour le rayon zénithal - 11% - en été quand l'angle zénithal du soleil est minimum. Par contre, en hiver, elle est de 52%, mais à cette époque, le soleil ne monte qu'à 16.5° au dessus de l'horizon.

2.2.2. Irradiance globale

Quand on étudie un panneau photovoltaïque piloté de manière à suivre constamment l'orientation du rayon solaire, on doit prendre en compte non seulement le rayonnement direct, mais aussi le rayonnement diffus, et en principe, l'albédo. Ce dernier n'est pas examiné dans cette étude. Pour le rayonnement diffus, il faut disposer d'un modèle de radiosité du ciel. Dans ce travail, on prend le modèle de Campbell inspiré des travaux de Liu & Jordan⁹. Il faut aussi tenir compte du facteur de vue de la partie du ciel vue depuis le plan du panneau solaire.

Ce facteur de vue correspond à la partie de la voûte céleste constituée du fuseau sphérique limité par le plan horizontal et par celui du panneau. En utilisant l'analogie de Nusselt¹⁰, on déduit que le facteur de vue de ce fuseau est le rapport entre, d'une part, la somme des aires d'un demi-cercle et de la demi-ellipse projection orthogonale du demi-cercle ayant la même inclinaison que le panneau et, d'autre part, l'aire du cercle complet. Les demi-axes de l'ellipse sont égaux respectivement au rayon du cercle et au même rayon multiplié par le cosinus de l'angle zénithal du rayon solaire. Pour un panneau solaire dont la normale forme un angle ψ avec la verticale, le facteur de vue du ciel *SVF* (*sky view factor*) est donc donné par :

$$SVF = \frac{1 + \cos \psi}{2} \quad (16)$$

On en déduit l'expression suivante pour le rayonnement diffus :

$$S_{pd} = 0.3 (1 - \tau^m) S_{p0} \cos \psi \left(\frac{1 + \cos \psi}{2} \right) \quad (17)$$

Le rayonnement total sur le panneau vaut donc :

$$S_{pt} = \left(0.3 (1 - \tau^m) \left(\frac{1 + \cos \psi}{2} \right) \cos \psi + \tau^m \right) S_{p0} \quad (18)$$

Ce résultat est présenté sur la partie gauche de la figure 4. Dans le meilleur des cas, si le rayon est vertical, le rayonnement diffus correspond à 30% du rayonnement absorbé par l'atmosphère : $0.3 (1 - \tau^m) S_{p0}$. Dans les paragraphes suivants, les irradiances mesurées sur une surface perpendiculaire au rayon sont comparées à celles qui sont observées sur des surfaces d'orientation fixe imposée.

2.2. Irradiance sur un plan horizontal

2.2.1. Calcul en fonction de l'angle zénithal du rayon solaire

L'irradiance directe (*beam irradiance*) sur une surface horizontale est désignée par la variable S_b , l'irradiance diffuse sur une surface horizontale par la variable S_d , et l'irradiance totale sur une surface horizontale par la variable S_t .

$$\begin{aligned} S_b &= S_{pb} \cos \psi = \tau^m S_{p0} \cos \psi \\ S_d &= 0.3 (1 - \tau^m) S_{p0} \cos \psi \\ S_t &= S_b + S_d = (0.3 + 0.7 \tau^m) S_{p0} \cos \psi \end{aligned} \quad (19)$$

Les fonctions S_b/S_{p0} (en rouge), S_d/S_{p0} (en bleu) et S_t/S_{p0} (en noir) sont représentées à la figure 4, en fonction de l'angle zénithal.

Grâce à la contribution de sa partie diffuse, l'irradiance totale S_t (souvent appelée irradiance globale) peut

⁹ Liu, B.Y.H and Jordan, R.C., "The interrelationship and characteristics distribution of direct, diffuse and total solar radiation". *Solar Energy*. 4(3). 1-19, 1960

¹⁰ W. Nusselt, "Graphische bestimmung des winkelverhältnisses bei der wärmestrahlung", *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, 72(20):673 1928. Voir également : B. Beckers, L. Masset & P. Beckers, Commentaires sur l'analogie de Nusselt, Rapport Helio_004_fr, 2009, www.heliodon.net

être supérieure à l'irradiance solaire directe sur une surface perpendiculaire S_{pb} . Lorsque le rayon solaire est proche de la verticale, on se trouve automatiquement dans cette situation. Cela s'explique parce qu'une partie de l'énergie absorbée par l'atmosphère est restituée sous forme d'énergie diffuse.

Tous les graphiques de la figure 4 (annexe 3), par exemple ceux de S_b , S_d et S_t , peuvent être attribués à la date du 21 mars à midi en interprétant l'abscisse comme une latitude. En effet, au moment des équinoxes, lors du passage du soleil dans le méridien local (midi solaire), l'incidence du rayon solaire est égale à la latitude, laquelle varie de 0° à l'équateur à 90° au pôle.

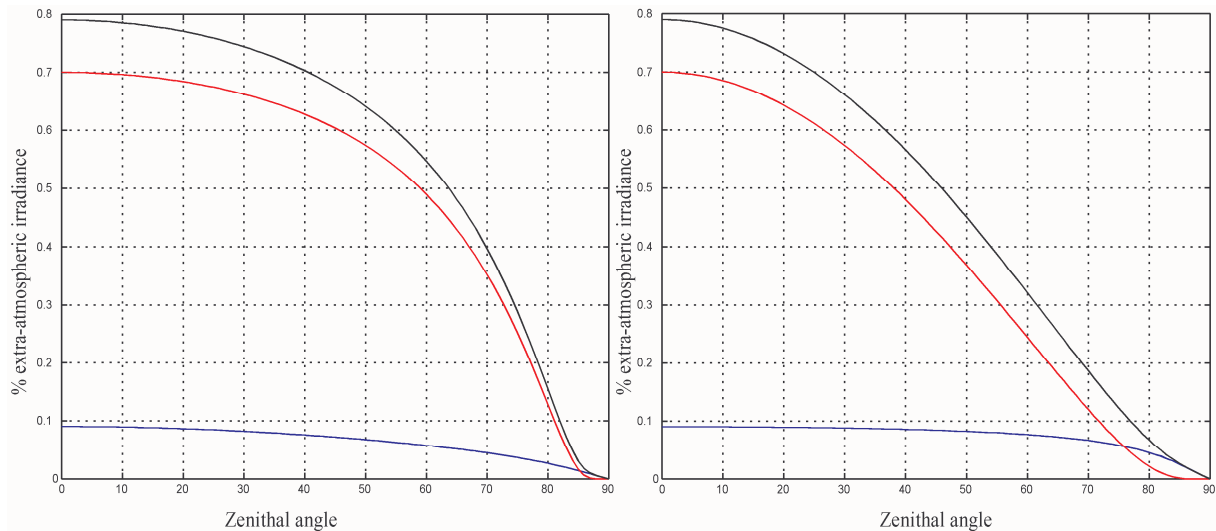


Figure 4 : Irradiances ($\tau = .7$)

Gauche : sur un plan perpendiculaire : direct S_{pb}/S_{p0} (rouge), diffus S_{pd}/S_{p0} (bleu), global S_{pt}/S_{p0} (noir)
 Droite : sur un plan horizontal: direct S_b/S_{p0} (rouge), diffus S_d/S_{p0} (bleu), global S_t/S_{p0} (noir)

2.2.2. Influence de l'altitude

Comme attendu, la contribution diffuse diminue avec l'altitude (création de la figure 5, voir l'annexe 4).

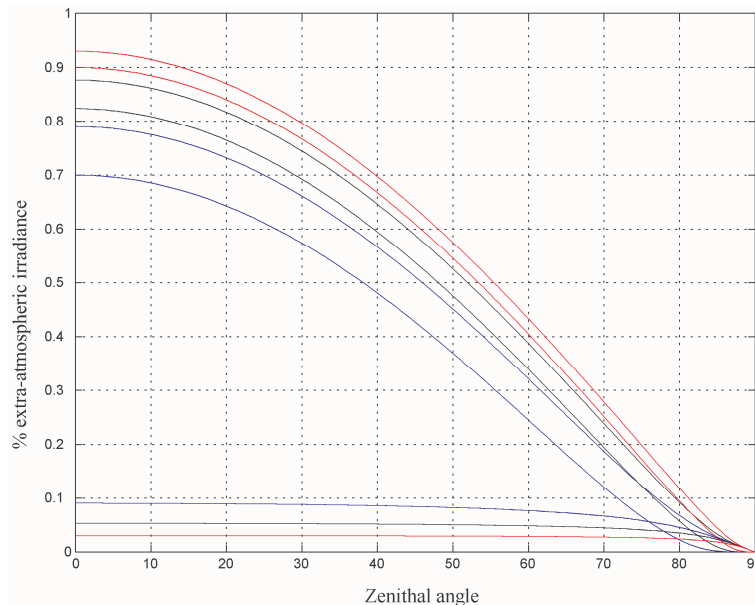


Figure 5 : Irradiances S_b , S_d et S_t en fonction de l'angle zénithal et à trois altitudes.
 Niveau de la mer, 5000 m, 10000 m.

3. Calcul de la position du soleil en fonction de la latitude et du temps

La déclinaison du soleil¹¹ (angle entre la direction du soleil et le plan de l'équateur) est calculée au moyen de la formule de Campbell (formule 11.2, page 168). On y utilise l'inclinaison de l'axe terrestre par rapport au plan de l'écliptique $\varepsilon = 23.45^\circ = 0.4093$ radians (plus précisément 23.43929°). On trouve des approches similaires dans de nombreuses autres références¹².

Dans les deux premières formules, les arguments des fonctions trigonométriques sont exprimés en radians. La variable J désigne le numéro (calendrier) du jour de l'année.

$$\sin \delta = \sin \varepsilon \sin \frac{\pi}{180} \left(278.97 + 360 \frac{J}{365.25} + 1.9165 \sin \left(\frac{\pi}{180} \left(356.6 + 360 \frac{J}{365.25} \right) \right) \right) \quad (20)$$

$$\sin \delta = \sin \varepsilon \sin (4.8689 + 0.0172 J + 0.0334 \sin (6.2238 + 0.0172 J)) \quad (21)$$

Dans la formule suivante, les arguments sont exprimés en degrés comme dans Campbell [1].

$$\sin \delta = \sin \varepsilon \sin \left(278.97 + 360 \frac{J}{365.25} + 1.9165 \sin \left(\left(356.6 + 360 \frac{J}{365.25} \right) \right) \right) \quad (22)$$

L'angle zénithal du rayon solaire est donné par :

$$\cos \psi = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos [15(t - t_0)] \quad (23)$$

Dans cette expression, φ est la latitude, t l'heure (définie en heures) et t_0 l'heure au moment du midi solaire (passage du soleil au point le plus haut).

Chaque jour, la valeur minimum de l'angle zénithal (hauteur maximum du soleil) est obtenue à midi.

$$\psi = \varphi - \delta \quad (24)$$

Le minimum absolu a lieu au solstice d'été de l'hémisphère pour les latitudes extérieures à la zone intertropicale.

La demi-longueur du jour mesurée en heures est donnée par :

$$h_s = \frac{12}{\pi} \arccos \left(\frac{-\sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta} \right) = \frac{12}{\pi} \arccos (-\tan \varphi \tan \delta) \quad (25)$$

Comme la déclinaison du soleil est comprise entre les latitudes des deux tropiques : $-\varepsilon \leq \delta \leq \varepsilon$, l'utilisation de cette relation demande quelques précautions pour les points situés à des latitudes extérieures à celles des cercles polaires ($\varphi = \pm (90 - \varepsilon) = \pm 66.55^\circ$). De toute façon, à ces latitudes, on sort du domaine de validité du modèle de Liu & Jordan.

L'azimut AZ du soleil est égal à :

$$\cos AZ = \frac{-(\sin \delta - \cos \psi \sin \varphi)}{\cos \varphi \sin \psi} \quad (26)$$

¹¹ B. Beckers & P. Beckers, "Comment calculer la déclinaison du soleil", rapport interne Helio_007_fr, 2010

¹² Edson Plasencia S., Lidio Matos C., Adolfo Posadas, Carlos Cabrera "Estimación horaria de la irradiancia solar total extraterrestre", Revista del Instituto de Investigaciones FIGMMG Vol. 10, N° 19, 72-77 (2007)

Les formules (23) et (26) permettent de calculer les irradiances à tout instant et en tout point du globe terrestre. A titre d'exemple, nous calculons cette grandeur à midi, en différentes latitudes et à trois époques de l'année, aux solstices et aux équinoxes. En réalité, ce calcul ne nécessite pas la solution de l'équation du temps. En effet, on connaît directement la déclinaison théorique du soleil aux équinoxes et aux solstices : 0° et $\pm 23.45^\circ$. Pour le calcul de l'irradiance à midi, il suffit donc d'utiliser la formule (24). C'est ce calcul qui est réalisé dans la procédure de l'annexe 5 qui donne lieu à la figure 6.

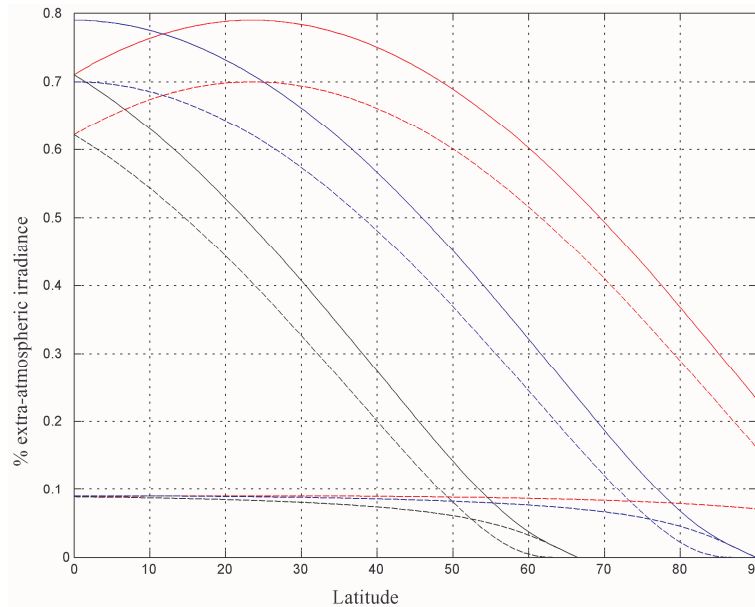


Figure 6 : Irradiances relatives S_b/S_{p0} , S_d/S_{p0} et S_t/S_{p0} en fonction de la latitude dans l'hémisphère nord et à 3 époques : solstice d'hiver, équinoxes & solstice d'été.

4. Calcul des énergies

La formule (25) donne la longueur du jour pour toute latitude et position du soleil. On peut ainsi intégrer l'irradiance sur une période de temps, par exemple la journée. Cela permet de suivre l'évolution de l'énergie reçue tout au long de l'année. Selon les disciplines ou les habitudes, l'énergie s'exprime en Joule (le plus souvent MJ) ou en kWh. N.B. : 1 kWh = 3.6 MJ

Les énergies irradiées par mètre carré sont des intégrales temporelles des irradiances, par exemple sur une journée :

$$J_{pb} = \int_{\text{jour}} S_{pb} dt \quad (27)$$

Le but de ces calculs est d'avoir une première idée des répartitions spatiales et temporelles des énergies provenant de l'irradiance solaire. La procédure permet d'étudier toutes les composantes présentées dans les formules (15) et (19). Tous les calculs sont effectués avec la procédure « Radiant_Energy » de l'annexe 6.

4.1. Energie solaire reçue aux solstices et équinoxes à Compiègne

Le calcul est réalisé pour la ville de Compiègne ($49^\circ 24' N$) aux solstices et aux équinoxes. L'irradiance extra-atmosphérique est égale à 1367 W m^{-2} , la transmittance atmosphérique $\tau = 0.7$. Les calculs sont effectués pour l'année 2010. La variable h indique la durée du jour. Entre l'été et l'hiver, le rapport des énergies reçues est supérieur à cinq pour un panneau toujours orienté dans la direction du soleil, et est égal à 9 pour un panneau horizontal, alors que la durée du jour varie seulement du simple au double.

Compiègne 49°24' N	<i>Heures (h)</i>	$J_{p0} = 1367 * h$	J_{pb}	J_{pd}	J_{pt}	J_b	J_d	J_t
21 mars	11.98	16376	6255	785	7040	3219	1065	4284
21 juin	16.05	21943	10015	1260	11275	6854	1546	8400
21 septembre	12.17	16632	6460	809	7269	3397	1090	4487
21 décembre	7.95	10867	1811	303	2114	455	493	948

4.2. Calcul en fonction de la latitude de l'énergie reçue du soleil pendant un jour

On calcule les énergies aux solstices et à l'équinoxe de printemps. L'irradiance extra-atmosphérique est égale à 1367 W m^{-2} , la transmittance atmosphérique $\tau = 0.7$. Les calculs sont effectués pour l'année 2010. La variable h indique la durée du jour en heures et décimales. Pour une latitude donnée (voir les tableaux correspondants ci-dessous), on observe que la somme des durées des jours aux deux solstices est égale à 24 heures. Cela s'explique par le fait qu'on se trouve au point le plus haut ou le plus bas de l'orbite de la terre repérée dans un plan parallèle au plan équatorial terrestre.

Solstice d'hiver - 21 décembre – hémisphère nord – énergies en Wh m^{-2}								
Latitude	<i>Heures (h)</i>	$J_{p0} = 1367 * h$	J_{pb}	J_{pd}	J_{pt}	J_b	J_d	J_t
0°	12.00	16404	7915	991	8906	5597	1196	6792
10°	11.42	15605	7141	889	8030	4636	1109	5745
20°	10.79	14750	6182	769	6951	3537	1004	4542
30°	10.07	13763	4986	630	5616	2382	875	3257
40°	9.16	12517	3492	472	3964	1284	706	1990
50°	7.85	10735	1699	291	1990	413	477	890
60°	5.51	7536	138	91	229	14	167	181

En hiver, toutes les grandeurs diminuent quand on s'éloigne de l'équateur.

Equinoxe de printemps - 21 mars – hémisphère nord – énergies en Wh m^{-2}								
Latitude	<i>Heures (h)</i>	$J_{p0} = 1367 * h$	J_{pb}	J_{pd}	J_{pt}	J_b	J_d	J_t
0°	12	16404	8309	1050	9359	6360	1225	7585
10°	12	16400	8236	1039	9275	6214	1219	7433
20°	11.99	16395	8017	1006	9024	5791	1203	6994
30°	11.99	16390	7634	952	8586	5113	1174	6287
40°	11.99	16384	7048	877	7925	4215	1128	5344
50°	11.98	16376	6194	778	6973	3152	1060	4212
60°	11.97	16363	4967	654	5621	2005	955	2961
65°	11.96	16353	4164	580	4744	1440	882	2322

Aux équinoxes, la durée du jour et l'irradiation extra-atmosphérique sont presque constantes, mais, comme en hiver, les autres grandeurs décroissent quand la latitude augmente.

En été, la situation est bien différente. Pour un panneau orienté vers le soleil, l'énergie maximum est obtenue aux plus grandes latitudes alors que, pour le panneau horizontal, c'est à la latitude de 40° N (plus précisément de 36° 42' N, ex. : Málaga, Alger, Mersin) qu'on obtient le maximum, avec cependant des

positionnements différents pour le rayonnement direct (30° N) et le rayonnement diffus (65° N).

Solstice d'été - 21 juin – hémisphère nord – énergies en Wh m ⁻²								
Latitude	Heures (h)	$J_{p0} = 1367 * h$	J_{pb}	J_{pd}	J_{pt}	J_b	J_d	J_t
0°	12	16404	7915	991	8906	5597	1196	6792
10°	12.58	17203	8540	1076	9617	6360	1271	7631
20°	13.21	18059	9045	1144	10189	6884	1339	8223
30°	13.93	19046	9448	1195	10644	7141	1404	8545
40°	14.84	20292	9768	1233	11001	7120	1472	8592
50°	16.15	22075	10030	1262	11292	6829	1551	8380
60°	18.49	25275	10299	1300	11599	6305	1670	7975
65°	21.12	28871	10502	1341	11843	5984	1775	7759

4.3. Calcul annuel

Nous présentons finalement le bilan énergétique annuel en fonction de la latitude, même si cette démarche est contestable. En effet, pour réaliser une évaluation annuelle, il faudrait tenir compte de la couverture nuageuse, On calcule successivement le nombre d'heures du total des journées, l'énergie extra-atmosphérique sur une surface perpendiculaire au rayon J_{p0} , la même au niveau de la mer J_{pb} , l'énergie directe sur une surface horizontale J_b , l'énergie diffuse également sur une surface horizontale J_d et enfin la somme des deux dernières J_t . Rappelons qu'une année de 365 jours comporte 8760 heures.

Energie (MWh m⁻²) en fonction de la latitude (orbite elliptique, hémisphère nord)

	Heures de jour	J_{p0}	J_{pb}	J_{pd}	J_{pt}	J_b	J_d	J_t
0°	4380	5.988	2.963	0.373	3.335	2.183	0.442	2.625
10°	4384	5.992	2.941	0.370	3.310	2.145	0.440	2.585
20°	4387	5.998	2.864	0.360	3.224	2.021	0.435	2.455
30°	4392	6.004	2.728	0.343	3.070	1.819	0.424	2.244
40°	4397	6.011	2.519	0.318	2.838	1.556	0.408	1.964
50°	4405	6.022	2.227	0.287	2.514	1.256	0.382	1.639
60°	4418	6.040	1.870	0.250	2.119	0.961	0.346	1.306

Une comparaison est réalisée comme précédemment à différentes latitudes, mais cette fois pour deux méthodes de calcul de la déclinaison solaire. Pour l'orbite circulaire, il n'y a pas de différence entre les deux hémisphères. Quand on tient compte de l'ellipticité de l'orbite terrestre, on voit que, en juin, la durée du jour dans l'hémisphère nord est supérieure à celle de décembre dans l'hémisphère sud car, en juin, la terre est proche de son aphélie (distance maximum du soleil) et tourne donc plus lentement par rapport au soleil. L'énergie annuelle de radiation solaire paraît donc un plus importante dans l'hémisphère nord (4% de plus à la latitude de 60°). Toutefois, on a considéré ici l'irradiance extra-atmosphérique comme une constante (1367 W m⁻²), alors qu'elle varie légèrement au long de l'année en fonction du carré de la distance de la terre au soleil.

Énergie annuelle J_b (kWh m⁻²) reçue sur un plan horizontal à différents latitudes

Latitude	Orbite circulaire		Campbell - Nord		Campbell - Sud	
	heures/an	J_b	heures/an	J_b	heures/an	J_b
0°	4380	2204	4380	2204	4380	2204
10°	4380	2160	4384	2165	4376	2154
20°	4380	2029	4387	2040	4373	2019
30°	4380	1822	4392	1837	4368	1806
40°	4380	1552	4397	1571	4363	1534
50°	4380	1247	4405	1268	4355	1227
60°	4380	950	4418	970	4342	930

5. Conclusions

Dans la méthode de calcul des apports énergétiques solaires qui vient d'être exposée, on tient compte de la trajectoire réelle de la terre et des propriétés d'atténuation du rayon lumineux par l'atmosphère dans le cas d'un ciel clair. Il est possible d'effectuer les calculs en tout point du globe et à toute altitude. Les procédures Matlab[®] relatives à ces calculs sont reprises en annexe ; elles ont été validées pour l'hémisphère nord en deçà du cercle polaire. On a abordé le cas d'un panneau toujours orienté vers le soleil ainsi que celui d'un panneau horizontal.

6. Perspectives

Dans ce rapport, à la suite des travaux de Liu & Jordan complétés par Campbell & Norman, nous avons considéré seulement des ciels bleus et sans nuages. Nous avons pu passer de la puissance instantanée à l'énergie radiante intégrée sur des journées parfaitement ensoleillées. Même si de telles journées sont rares à certaines latitudes, on peut toujours considérer leur éventualité près des solstices et des équinoxes, pour estimer le rayonnement maximal recevable aux moments extrêmes de l'année (les équinoxes sont certes des moments moyens aux latitudes intermédiaires, mais ils correspondent bien à des extrêmes sur l'équateur – le passage au zénith – et aux pôles – la naissance et la fin du jour unique de six mois). Une connaissance de ces journées extrêmes est suffisante pour appréhender un grand nombre de problèmes relevant de la conception architecturale.

Pour passer à des bilans d'énergie saisonniers ou annuels, il faudra évidemment prendre en compte la répartition statistique du couvert nuageux dans une année standard, mois par mois. Nous montrerons, dans un prochain rapport, dans quelle mesure cette répartition, en général peu uniforme, peut déplacer l'optimum énergétique, y-compris pour un problème aussi simple que celui de la recherche de l'inclinaison idéale d'un panneau solaire photovoltaïque. Pour ce problème, il est d'usage de faire intervenir d'abord l'albédo, c'est-à-dire d'attribuer un certain coefficient de réflexion moyen à l'ensemble du fuseau sphérique qui ne voit pas le ciel. Nous ne l'avons pas fait ici, ni ne le ferons par la suite, parce que notre objectif final est de quantifier les apports solaires en milieu urbain, dans un environnement géométrique complexe muni de coefficients de réflexion très variés qui, le plus souvent, ne peuvent pas être résumé par la notion simplificatrice d'albédo.

En fait, dans cet environnement urbain, l'ordre à suivre est bien différent. Nous devons d'abord introduire les nuages, puis les différentes surfaces, mais seulement comme masques (ville noire) ; enfin, nous introduirons la réflexion diffuse (ville grise), mais directement dans toute sa complexité réelle (possibilité de réflexions multiples), avant d'envisager d'autres formes de réflexion, incluant la composante spéculaire des miroirs et des vitrages, ces derniers introduisant de plus leur caractère translucide.

En progressant de cette manière, nous espérons mettre au clair l'ensemble des difficultés qui se présentent (sur le triple plan de la physique, de la statistique et des méthodes de résolution), de manière à parvenir au

problème le plus général avec une évaluation aussi rigoureuse que possible des hypothèses faites, et du niveau de précision final sur le calcul de chacune des composantes du problème radiatif en ondes courtes, en considérant d'abord le spectre solaire d'une manière globale (comme nous l'avons fait ici), puis par bandes de fréquences (ultraviolet, visible, infrarouge proche), avant de passer à la réponse radiative de la ville échauffée, et à ses échanges avec le ciel dans l'infrarouge lointain.

Références

1. **G.S. Campbell & J.M. Norman**, "An introduction to Environmental Biophysics", New York: Springer, second edition, 1998, ISBN 0-387-94937-2
2. **B. Beckers, L. Masset & P. Beckers**, "Une projection synthétique pour la conception architecturale avec la lumière du soleil", Rapport Helio_003_fr, 2008, www.heliodon.net
3. **Christian Piedallu, Jean-Claude Gégout**, "Multiscale computation of solar radiation for predictive vegetation modelling", Ann. For. Sci. 64 (2007) 899-909
4. **OACI** (Organisation de l'aviation civile internationale), "Manuel de l'atmosphère type", Doc. 7488/3^{ème} éd, 1993.
5. **List, R. J.**, Ed., 1951: "Smithsonian Meteorological Tables", 6th rev. ed., p. 422.
<http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?id=optical-air-mass1>
6. **Kristensen**, "Astronomical refraction and airmass", Astron. Nachr. 319 (1998) 3, 193-198
7. **A. D. Wittmann**, "Astronomical refraction formulae for all zenith distances", Astron. Nachr. 318(1997) 5, 305-312
8. <http://en.wikipedia.org/wiki/Airmass>
9. **Liu, B.Y.H and Jordan, R.C.**, 1960. "The interrelationship and characteristics distribution of direct, diffuse and total solar radiation", Solar Energy. 4(3). 1-19.
10. **W. Nusselt**, "Graphische bestimmung des winkelverhältnisses bei der wärmestrahlung", Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, 72(20):673 1928. Voir également : **B. Beckers, L. Masset & P. Beckers**, "Commentaires sur l'analogie de Nusselt", Rapport Helio_004_fr, 2009, www.heliodon.net
11. **B. Beckers & P. Beckers**, "Comment calculer la déclinaison du soleil", rapport Helio_007_fr, 2010
12. **Edson Plasencia S., Lidio Matos C., Adolfo Posadas, Carlos Cabrera**, "Estimación horaria de la irradiancia solar total extraterrestre", Revista del Instituto de Investigaciones FIGMMG Vol. 10, N° 19, 72-77 (2007) UNMSM ISSN: 1561-0888 (impreso) / 1628-8097 (electrónico)
13. **Benoit Beckers & Luc Masset**, Heliodon2, Software, references & manuals (in French & Spanish), 2008 <http://www.heliodon.net/>

Liste des figures

Figure 1 : Schéma de calcul de la masse optique de l'air : m_0

Figure 2 : $m_0(\psi)$, courbe noire : approximation de la sphère (9), cercles rouges : approximation de Piedallu (13), carrés bleus : formule de la sécante, Campbell (7)

Figure 3 : Pourcentage de l'irradiance extra-atmosphérique atteignant une surface perpendiculaire au rayon en fonction de l'angle zénithal (degrés) pour les altitudes de 0 m (noir), 4000 m (rouge) et 9000 (bleu). $\tau = 0.7$

Figure 4 : Irradiances ($\tau = .7$)

Gauche : sur un plan perpendiculaire : direct S_{pb}/S_{p0} (rouge), diffus S_{pd}/S_{p0} (bleu), global S_{pt}/S_{p0} (noir)

Droite : sur un plan horizontal: direct S_b/S_{p0} (rouge), diffus S_d/S_{p0} (bleu), global S_t/S_{p0} (noir)

Figure 5 : Irradiances S_b , S_d et S_t en fonction de la latitude et à 3 époques : solstice d'hiver, équinoxes & solstice d'été.

Figure 6 : Irradiances S_b , S_d et S_t en fonction de l'angle zénithal et à trois altitudes: niveau de la mer, 5000 m, 10000 m

Annexes

1. Procédure pour la figure 2

<pre>Procédure Matlab® clear all;figure; R =6400000; % meters hat =8000; % meters r=R/hat; psi=0:90; psi_rad=psi*pi/180; m_s=-r*cos(psi_rad)+sqrt((r*cos(psi_rad)).^2+1+2*r); % exact solution for a sphere plot(psi,m_s,'k');hold on; psi2 =0:10:90;psi_rad2=psi2*pi/180; m_C =1./cos(psi_rad2); % Secant formula (Campbell) plot(psi2,m_C,'sb');hold on; psi3=5:10:95;psi_rad3=psi3*pi/180; m_P=sqrt(1229+(614*cos(psi_rad3)).^2)-614*cos(psi_rad3); % Piedallu plot(psi3,m_P,'or');hold on; axis([0 90 0 20]);grid on; xlabel('Zenithal angle'); ylabel('Optical air mass');</pre>
<p>Pour tester cette formule et créer la figure 2 : Ouvrir la procédure Matlab ; y effectuer un copier - coller de la procédure ci-dessus ; “enter”</p>

2. Procédure pour la figure 3

<pre>Procédure Matlab® % Extra-atmospheric radiation transmitted % onto a plane perpendicular to the solar beam. % See Campbell, formule 11.11, page 172 Psi = (0:1:90)*pi/180;Psi_deg = (0:1:90); ca = cos(Psi); ca(91) = 0.001; % to avoid the infinite value for angle = 90° tau = .7; fact = 100; figure for alti = 0:1000:9000; p = exp(-alti/8200); m = p./ca; irr = tau.^m *fact; plot(Psi_deg,irr,'k');hold on; end xlabel('Zenithal angle'); ylabel('% extra-atmospheric irradiance'); grid on;</pre>
<p>Pour tester cette formule et créer la figure 3 : Ouvrir la procédure Matlab ; y effectuer un copier - coller de la procédure ci-dessus ; “enter”</p>

3. Procédure pour la figure 4

<pre>Procédure Matlab® clear all i=0;tau=0.7; for psi=0:1:90; i=i+1; psiv(i)=psi; psiv_rad(i)=psi*pi/180; psi_ra= psi*pi/180 ; m = 1/cos(psi_ra); Spd_Sp0(i)= cos(psi_ra)*(1+cos(psi_ra))*0.3*(1-tau^m)/2; % Spd/Sp0 Spb_Sp0(i)= tau^m; % Spb/Sp0 Spt_Sp0(i)= Spd_Sp0(i) + Spb_Sp0(i); % Spt/Sp0 end figure; plot(psiv, Spd_Sp0);hold on; plot(psiv, Spb_Sp0);hold on; plot(psiv, Spt_Sp0);hold on; grid on;xlabel('Zenithal angle');ylabel('% extra-atmospheric irradiance');</pre>
<p>Pour tester cette formule et créer la figure 4 (partie de droite) : Ouvrir la procédure Matlab ; y effectuer un copier - coller de la procédure ci-dessus ; “enter”</p>

4. Procédure pour la figure 5

Procédure Matlab®
<pre>% Computing beam, diffuse and total irradiance at different altitudes clear all tau = 0.7; coul = ['b' 'k' 'r']; % red : 10000, black : 5000 m , blue : sea level incr =.5; j=0; figure; for alti = 0:5000:10000; j=j+1; i=0; for psi = 0:incr:90; i = i+1; psiv(i) = psi; psi_ra = (psi)*pi/180 ; p = exp(-alti/8200); m = p/cos(psi_ra); Sd_Sp0(i)= cos(psi_ra)*0.3*(1-tau^m); % Sd/Sp0 Sb_Sp0(i)= cos(psi_ra)*tau^m; % Sp/Sp0 St_Sp0(i)= Sd_Sp0(i) + Sb_Sp0(i); % St/Sp0 end plot(psiv, Sd_Sp0,coul(j));hold on; plot(psiv, Sb_Sp0,coul(j));hold on; plot(psiv, St_Sp0,coul(j));hold on; grid on; end xlabel('Zenithal angle'); ylabel('% extra-atmospheric irradiance');</pre>
<p>Pour tester cette formule et créer la figure 5 : Ouvrir la procédure Matlab ; y effectuer un copier - coller de la procédure ci-dessus ; “enter”</p>

5. Procédure pour la figure 6

Procédure Matlab®
<pre>% Computing beam, diffuse and total irradiance in solstices and equinox % days, at noon & in all the Northern hemisphere latitudes clear all tau = 0.7; depart= [-23.5 0 23.5]; coul = ['r' 'b' 'k']; % red : summer solstice, blue : equinox, black : winter solstice incr =.5; figure; for day = 1:3; aini = depart(day); i=0; for psi = 0:incr:90; i = i+1; psiv(i) = psi; psi_ra = (aini)*pi/180 ; m = 1/cos(psi_ra); Sd_Sp0(i)= cos(psi_ra)*0.3*(1-tau^m); % Sd/Sp0 Sb_Sp0(i)= cos(psi_ra)*tau^m; % Sp/Sp0 St_Sp0(i)= Sd_Sp0(i) + Sb_Sp0(i); % St/Sp0 aini = aini+incr; if aini>90; aini=90; end; end plot(psiv, Sd_Sp0,coul(day));hold on; plot(psiv, Sb_Sp0,coul(day));hold on; plot(psiv, St_Sp0,coul(day));hold on; grid on; % axis([0 90 0 1]); end xlabel('Latitude'); ylabel('% extra-atmospheric irradiance');</pre>
<p>Pour tester cette formule et créer la figure 6 : Ouvrir la procédure Matlab ; y effectuer un copier - coller de la procédure ci-dessus ; “enter”</p>

6. Procédure pour les tableaux du chapitre 4

Procédure Matlab® : Radiant_Energy.m, (tableaux du chapitre 4)

```
% Display either in "format long" or "format short"
myear =[31 28 31 30 31 30 31 31 30 31 30 31];
%phi = (49+24/60)*pi/180; % latitude directly converted from degrees to radians Compiègne
phi = 50*pi/180; % latitude directly converted from degrees to radians
if phi*180/pi > 65; phi=65*pi/180; phi_deg=65; end
month1=1 ; J1=1 ; t1= 0; % Date 1
month2=12 ; J2=31 ; t2=24; % Date 2
%month2=month1; %J2=J1 ; %t2=t1; % Date 2
if month1 >1
for i=1:month1-1;
J1=J1+myear(i);
end; % J is the calendar day with J = 1 at January 1
end;
if month2 >1
for i=1:month2-1;
J2=J2+myear(i);
end; % J is the calendar day with J = 1 at January 1
end;
t0 = 12 ; t=t0;

J_p0=0;J_pb=0; J_pd=0; J_b=0;J_d=0;day_lenght=0;
for J=J1:J2;
t_m_t0_deg=15*(t-t0);
sindec= 0.39785*sin((278.97+0.9856*J+1.9165*sin((356.6+0.9856*J)*pi/180))*pi/180); % Campbell
formula 11.2
dec = asin(sindec);
%dec =(asin(sin(23.45*pi/180)*sin((360./365. *J-81)*pi/180))); % declination for circular orbit
cospsi = sin(phi)*sin(dec)+cos(phi)*cos(dec)*cos(t_m_t0_deg*pi/180); % Campbell formula 11.1
psi = acos(cospsi); % zenithal angle
coshs=(0-sin(phi)*sin(dec))/(cos(phi)*cos(dec)); % Campbell formula 11.6, computed for sunset
hs = acos(coshs); hs_deg = hs*180/pi; hs_hours= hs*12/pi;day_lenght=day_lenght+hs_hours*2; %
half day lenght
Sp0 = 1367; % extraterrestrial flux density normal to the solar beam W/m2
psealev = 101.3; % sea level atmospheric pressure
A = 0 ; % altitude in meters above sea level
pa = psealev*exp(-A/8200); % measured in kPa
m = pa/psealev/cospsi;
tau = 0.7; % Transmittance

% Time integration, time measured in hours

incr=hs_hours/48;deb=12-hs_hours;fi=12+hs_hours;
for i=deb+incr/2:incr:fi-incr/2;
cospsi = sin(phi)*sin(dec)+cos(phi)*cos(dec)*cos(15*(i-12)*pi/180);
m = pa/psealev/cospsi;
J_p0= J_p0 + Sp0*incr; % extra-atmosph normal to the solar beam
J_pb= J_pb + Sp0*tau^m*incr; % normal to the solar beam
J_pd= J_pd + (0.3*(1-tau^m)*((1+cospsi)/2)*cospsi)*Sp0*incr; % diffuse
J_b = J_b + Sp0 * tau^m * cospsi * incr; % direct on horizontal plane
J_d = J_d + 0.3*(1-tau^m)*Sp0*cospsi *incr; % diffuse on horizontal plane
end
end
J_pt=J_pb + J_pd; % Total on perpendicular plane
J_t =J_b + J_d; % Total on horizontal plane
day_lenght
display =[ J_p0 J_pb J_pd J_pt J_b J_d J_t]
```


Table des matières

1. Formules de base.....	1
1.1. La pression atmosphérique.....	1
1.2. La masse optique de l'air	2
2. Calcul de l'irradiance solaire	4
2.1. Irradiance sur un plan toujours orienté vers le soleil	4
2.2.1. Irradiance directe.....	4
2.2.2. Irradiance globale	6
2.2. Irradiance sur un plan horizontal	6
2.2.1. Calcul en fonction de l'angle zénithal du rayon solaire	6
2.2.2. Influence de l'altitude	7
3. Calcul de la position du soleil en fonction de la latitude et du temps	8
4. Calcul des énergies.....	9
4.1. Energie solaire reçue aux solstices et équinoxes à Compiègne	9
4.2. Calcul en fonction de la latitude de l'énergie reçue du soleil pendant un jour	10
4.3. Calcul annuel	11
5. Conclusions	12
6. Perspectives	12
Références	13
Liste des figures.....	13
1. Procédure pour la figure 2	14
2. Procédure pour la figure 3	14
3. Procédure pour la figure 4	14
4. Procédure pour la figure 5	15
5. Procédure pour la figure 6	15
6. Procédure pour les tableaux du chapitre 4.....	16