

Université de Liège

Facteur de ciel : un paramètre d'évaluation des masques en architecture

THÈSE DÉFENDUE EN VUE DE L'OBTENTION DU
DIPLOME D'ÉTUDES APPROFONDIES
EN INFOGRAPHIE

OLIVIER COLLIN
9 SEPTEMBRE 2008

Résumé

Cette thèse de Diplôme d'Études Approfondies propose deux outils d'évaluation et d'interprétation de masques du type topographique ou architectural dans un logiciel d'architecture. Ces outils sont intégrables au logiciel Héliodon.

Le premier outil développé permet d'accélérer les calculs multiples de masques topographiques en remplaçant le modèle de terrain par un rideau renvoyant un masque équivalent.

Le second outil est implémenté et utilisé dans l'objectif d'identifier le style architectural d'un édifice en fonction de la répartition volumique des valeurs de facteur de ciel à l'intérieur du bâtiment.

Abstract

This Master of Advanced Studies' thesis offers two tools that involve the assessment and the interpretation of topographical or architectural masks. These tools can be integrated in the architectural software Héliodon

The first tool has been developed in order to speedup multiple calculations of topographical masks by using a curtain returning an equivalent mask instead of the whole field model.

The second tool is implemented and used in order to identify the architectural style of a building. This relies on the 3D distribution of skyfactor values inside the considered building.

Membres du Jury

PROMOTEUR :

Pierre BECKERS, Professeur Ordinaire à l'Université de Liège, Département d'aérospatiale et mécanique / LTAS - Infographie.

LECTEURS :

Olivier BRÜLS, Chargé de cours à l'Université de Liège, Département d'aérospatiale et mécanique / LTAS - Vibrations et identification des structures.

Pierre DUYSINX, Professeur à l'Université de Liège, Département d'aérospatiale et mécanique / Ingénierie des véhicules terrestres.

Jacques TELLER, Chargé de cours à l'Université de Liège, Département Argenco : Secteur TLU+C / Urbanisme et aménagement du territoire.

Luc MASSET, Docteur Ingénieur chercheur à l'Université de Liège, Développeur du logiciel Héliodon.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon promoteur, le Professeur Pierre Beckers, pour ses conseils. Ils m'ont permis de rester sur la bonne voie et de progresser tout au long de ce travail.

Je remercie également Monsieur Luc Masset pour son aide durant la programmation sous MATLAB. Celle-ci m'a permis de réaliser des algorithmes plus rapides.

Merci encore aux membres du jury qui se sont intéressés à mon travail.

Enfin, je tiens vivement à remercier ma fiancée, ainsi que ma famille et toutes les autres personnes qui m'ont soutenu tout au long de ce travail et de sa rédaction.

Introduction

Cette étude s'intègre dans le cadre du développement du logiciel Héliodon¹. Ce logiciel d'architecture, développé sous MATLAB par Messieurs Benoit Beckers et Luc Masset, permet à son utilisateur d'étudier un bâtiment ou un quartier, soit en le modélisant succinctement, soit en important un modèle au format de fichier STL. A partir du modèle dessiné ou importé, le logiciel permet, entre autres choses, de calculer et visualiser les ombres portées, d'afficher les trajectoires solaires sur une projection stéréographique, de calculer le facteur de ciel sur une surface donnée ...²

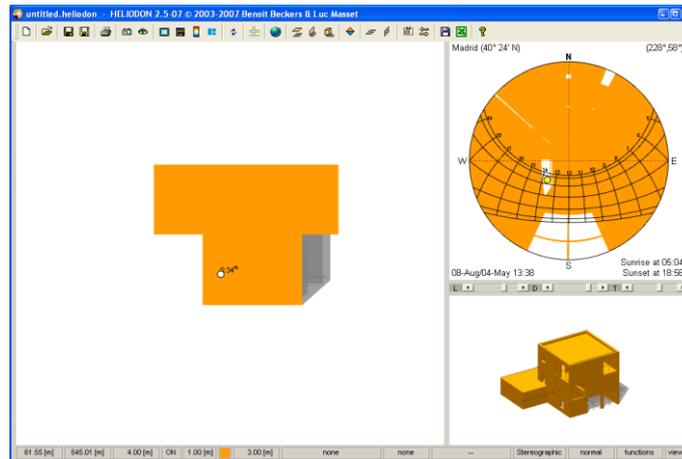


Figure 1 : Interface du logiciel Héliodon.

L'interface permet de modifier interactivement la position du point de vue, la localisation géographique ou encore la date et l'heure de la simulation. Les différentes projections sont alors mises à jour en temps réel.

La présente étude, en deux parties, propose des outils supplémentaires intégrables à Héliodon afin d'en enrichir les fonctionnalités.

La première partie concerne l'intégration de la topologie du terrain dans le calcul des masques. Le très grand nombre de facettes nécessaires à la représentation de cette topographie induit des temps de calculs très longs qui nuisent à l'interactivité du logiciel. L'outil développé allège la simulation d'un bâtiment dans son environnement. Nous montrerons qu'un seul long calcul sera suffisant, afin d'identifier le masque généré par la topologie, tant que le point de vue ne s'éloigne pas de trop de sa position initiale.

La seconde partie de l'étude concerne directement l'analyse des bâtiments. Nous avons dans un premier temps développé un outil permettant d'effectuer une coupe plane à travers un bâtiment afin d'en visualiser la structure intérieure. Nous nous sommes ensuite tournés vers les grands édifices du type églises ou cathédrales. Dans ce cadre, nous avons étendu le calcul du facteur de ciel de la surface au volume. Nous analyserons ensuite la répartition des valeurs de facteurs de ciel à l'intérieur de chacun des édifices étudiés. Au cours du temps, et en fonction des contrées, le style des grands édifices a évolué : la forme et le nombre de leurs ouvertures ont changé. Considérant ce

¹ <http://www.heliodon.net>

² B. Beckers, L. Masset & P. Beckers, *Enrichment of the visual experience by a wider choice of projections*, Proc. of the 2007 11th International Conference on Computer Supported Cooperative Work in Design, April 26 - 28, 2007, Melbourne, Australia, edited by: Weiming Shen & al, IEEE Catalog Number: 07EX1675C, ISBN: 1-4244-0963-2, Library of Congress: 2007920353.

critère, nous espérons dégager des tendances de facteur de ciel en fonction des grands styles architecturaux étudiés.

Une brève conclusion reprendra les points importants abordés tout au long de l'étude.

Projections

Les deux projections utilisées dans cette étude projettent un hémisphère sur un plan. Tout élément du modèle est donc tout d'abord projeté centralement sur une sphère unitaire, puis subit une des projections suivantes :

- La projection stéréographique est une projection centrale qui a la particularité de conserver les angles. Ainsi, les méridiens restent perpendiculaires aux parallèles.
- La projection équivalente a la propriété de conserver les surfaces. Elle sera utile pour le calcul du facteur de ciel.

Facteur de ciel

Le facteur de ciel se définit comme la proportion de l'hémisphère local représentant la voûte céleste vue par l'observateur, donc non occultée par un élément du modèle. En terrain dégagé, en l'absence de masque, il vaut 100%. Le facteur de ciel multiplié par 2π donne l'angle solide sous lequel un observateur voit le ciel. Cette valeur est indépendante de tout type de récepteur et de son orientation.

Lorsqu'on introduit un récepteur plan, on peut tenir compte de l'incidence des rayons sur ce récepteur ; on obtient alors le facteur de vue du ciel. Si le récepteur est horizontal, cette quantité varie de zéro (ciel entièrement caché) à l'unité (ciel entièrement visible). Lorsque le récepteur est vertical, la valeur maximale du facteur de vue du ciel est égale à un demi.

Calcul du facteur de ciel

Nous savons que le facteur de ciel correspond, à un facteur 2π près, à un angle solide. Si nous lançons un rayon dans une direction où le ciel est vu, le rayon ne touchera aucun élément du modèle étudié. Ainsi, si nous lançons une infinité de rayons de telle manière que toutes les directions de l'hémisphère soient équiprobables, le facteur de ciel correspondra à la proportion de rayons qui n'ont pas été arrêtés par un élément du modèle. Lancer une infinité de rayons est bien sûr impossible, il faut donc choisir dans quelles directions lancer un rayon. Sachant que la projection équivalente conserve les surfaces, et donc les angles solides, nous pouvons diviser le cercle correspondant à l'hémisphère en une grille régulière. Le centre de chacune des cellules de cette grille indique une direction dans laquelle lancer un rayon. Les centres situés à l'extérieur du cercle ne sont pas considérés. Plus la grille sera fine, plus la répartition des rayons sera homogène, et plus le facteur de ciel sera défini de manière précise.

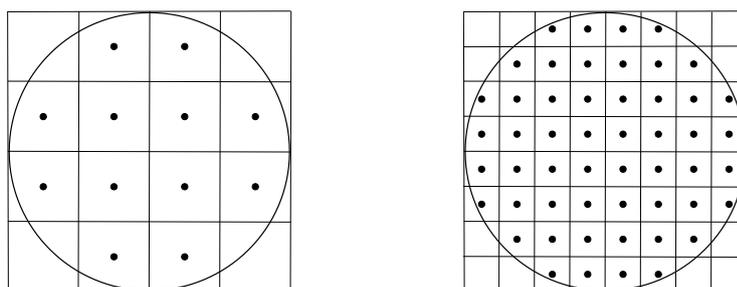


Figure 2 : Détermination des directions de lancé de rayon sur la projection équivalente.

Partie 1

Etude des topographies

OLIVIER COLLIN
9 SEPTEMBRE 2008

Table des matières

Importation de modèles de terrain.....	1
Sources	1
Modèles de terrain.....	1
Points caractéristiques	1
Importation	2
Facettisation.....	6
Calcul de l'altitude d'un point	7
Calcul d'une ligne de ciel.....	9
Introduction	9
Substitution du modèle.....	10
Résultats dans Heliodon.....	11
Etude de la sensibilité de la ligne de ciel vis-à-vis de la position du point de vue.....	13
Calcul d'une zone de confiance.....	13
Calcul d'une zone de confiance longitudinale.....	13
Calcul d'une zone de confiance transversale	16
Différents cas de calcul de ligne de ciel	17
Cas C : au Centre de Chamonix	17
Cas N : 250m au Nord de Chamonix.....	20
Cas S : 250m au Sud de Chamonix	20
Cas O : 250m à l'Ouest de Chamonix	21
Cas E : 250m à l'Est de Chamonix.....	21
Comparaison des différentes localisations	22
Approximation de lignes de ciel.....	23
Cas N : 250m au Nord de Chamonix.....	24
Cas S : 250m au Sud de Chamonix	26
Cas O : 250m à l'Ouest de Chamonix	26
Cas E : 250m à l'Est de Chamonix.....	26
Conclusions relatives au modèle de Chamonix.....	27
Autres applications.....	29
Centre de Tilff.....	29
Centre de Grenoble.....	32

Table des tableaux

Tableau 1: Coordonnées géographiques et cartésiennes sur la sphère de Chamonix et du Mont Blanc.....	4
Tableau 2: Coordonnées géographiques et cartésiennes locales de Chamonix et du Mont Blanc.....	5
Tableau 3: Comparatif des erreurs d'angle d'élévation à 250m au Nord de Chamonix.....	24
Tableau 4: Comparatif des erreurs d'angle d'élévation à 250m au Sud de Chamonix.....	26
Tableau 5: Comparatif des erreurs d'angle d'élévation à 250m à l'Ouest de Chamonix.....	26
Tableau 6: Comparatif des erreurs d'angle d'élévation à 250m à l'Est de Chamonix.....	26

Table des figures

Figure 1: Correspondance coordonnées géographiques VS coordonnées cartésiennes.	2
Figure 2: Vue sur la sphère du quadrangle sphérique initial (45.5° Nord à 46.5° Nord, 6.5° Est à 7.5° Est).....	3
Figure 3: Vue sur la sphère du quadrangle sphérique correspondant à la zone choisie.	3
Figure 4: Vue 2D du modèle de terrain obtenu.....	4
Figure 5: Vallée de Chamonix / Zoom sur le Mont blanc sans les zones interpolées	5
Figure 6: Modèle en carreaux VS modèle en triangles.....	6
Figure 7: Carreau gauchi - comparaison des diagonales.	6
Figure 8: Système de coordonnées attaché à un carreau.	7
Figure 9: Coupe dans la vallée de Chamonix suivant la direction Ouest-Est.....	9
Figure 10: Ligne de ciel calculée tous les 20° sur le modèle de terrain.....	10
Figure 11: Rideau de ligne de ciel calculé tous les 20°	10
Figure 12: Stéréographie de Chamonix avec trajectoires solaires et courbes de niveau des élévations (tous les 10°).	11
Figure 13: Modèle utilisé - Vallée de Chamonix.....	13
Figure 14: Calcul de la zone de confiance avant.	14
Figure 15: Calcul de la zone de confiance arrière.....	14
Figure 16: Calcul de la zone de confiance transversale pour un point situé sur la gauche ou sur la droite.	16
Figure 17: Position des différents points de vue.	17
Figure 18: Ligne de ciel au centre de Chamonix.....	17
Figure 19: Rideau au centre de Chamonix - vue 2D.	18
Figure 20: Zone de confiance longitudinale au centre de Chamonix.	18
Figure 21: Zone de confiance transversale au centre de Chamonix.	19
Figure 22: Zone de confiance globale au centre de Chamonix.	19
Figure 23: Ligne de ciel à 250m au Nord de Chamonix.	20
Figure 24: Ligne de ciel à 250m au Sud de Chamonix.	20
Figure 25: Ligne de ciel à 250m à l'Ouest de Chamonix.	21
Figure 26: Ligne de ciel à 250m à l'Est de Chamonix.....	21
Figure 27: Comparaison des lignes de ciel.	22
Figure 28: Comparaison des rideaux – vue 2D.	23
Figure 29: Approximation de la ligne de ciel à 250m au Nord de Chamonix.	24
Figure 30: Erreurs d'angle d'élévation à 250m au Nord de Chamonix.....	24
Figure 31: Distance entre le rideau et le point de vue à 250m au Nord de Chamonix.	25
Figure 32: Différence de distances entre le rideau de Chamonix et le rideau calculé à 250m au Nord.....	25
Figure 33: Modèle des environs de Tilff.	29
Figure 34: Rideau au centre de Tilff - vue 2D.	30
Figure 35: Stéréographie de Tilff avec trajectoires solaires et courbes de niveau des élévations (tous les 10°).....	30
Figure 36: Zone de confiance globale au centre de Tilff.	31
Figure 37: Modèle des environs de Grenoble.	32
Figure 38: Rideau au centre de Grenoble - vue 2D.	33
Figure 39: Stéréographie de Grenoble avec trajectoires solaires et courbes de niveau des élévations (tous les 10°).	33
Figure 40: Zone de confiance globale au centre de Grenoble.	34

Importation de modèles de terrain

Sources

Modèles de terrain

Des modèles de terrain ont été importés à partir de la base de données du projet GLOBE (*Global Land One-km Base Elevation*¹) et de la base de données SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*²) du CGIAR-CSI (*Consultative Group on International Agricultural Research - Consortium for Spatial Information*³).

Ces données se présentent sous la forme de tableaux d'altitudes. Il s'agit des altitudes moyennes observées dans chaque cellule d'une grille géographique. Ces cellules sont espacées de 30 secondes d'arc dans le cas du projet GLOBE (soit environ 925 mètres le long d'un méridien) et de 3 secondes d'arc dans le cas des données SRTM (soit environ 93 mètres le long d'un méridien).

Ces données peuvent ne pas être des résultats de mesures. En effet, dans certaines zones, les données étaient inexistantes à cause du relief ou de perturbations. Les données ont donc été interpolées dans ces zones⁴. Dans le cas des données SRTM, il est possible de connaître les zones interpolées grâce à un fichier de masques également disponible sur le site.

Avant leur importation, ces données doivent être téléchargées à partir du site respectif. Dans le cas du projet GLOBE, le cadrage peut être personnalisé, c'est-à-dire que l'on peut choisir les latitudes et longitudes minimales et maximales. Les données SRTM sont, quant à elles, prédécoupées en planches de 5 degrés de côté, soit des matrices de 6 000x6 000 données.

Dans le cadre de la présente étude, les données du projet GLOBE n'ont pas été retenues car leur résolution a été jugée insuffisante. Toutes les données utilisées proviennent donc de la base de données SRTM.

Points caractéristiques

Les coordonnées géographiques de certains points remarquables ont été extraites sur Google Maps⁵ et/ou Google Earth⁶. Dans l'exemple choisi, la vallée de Chamonix, deux points sont renseignés : le centre de Chamonix et le sommet du Mont Blanc. L'altitude du Mont Blanc a également été relevée sur le site de Wikipédia⁷. La vallée de Chamonix a été sélectionnée car elle présente de forts dénivelés et est intéressante dans le cadre d'une telle étude.

¹ <http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/topo/globe.html>

² <http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/>

³ <http://srtm.csi.cgiar.org/>

⁴ <http://srtm.csi.cgiar.org/SRTMdataProcessingMethodology.asp>

⁵ <http://maps.google.com/>

⁶ <http://earth.google.com/>

⁷ http://fr.wikipedia.org/wiki/Mont_Blanc

Importation

L'importation consiste en la lecture du fichier d'altitudes ainsi que de ses métadonnées. Ces dernières renseignent, entre autres, la taille de la grille et les coordonnées extrêmes. En fonction de ces métadonnées, la grille est reconstituée et un point est créé au centre de chaque cellule. Ces points sont disposés à une distance égale à leur altitude sur une sphère de circonférence de 40 000km. Nous obtenons donc un carreau sphérique en relief. Ce carreau est délimité par des méridiens et des parallèles. Les coordonnées sphériques sont converties en coordonnées cartésiennes suivant le schéma de la figure ci-dessous :

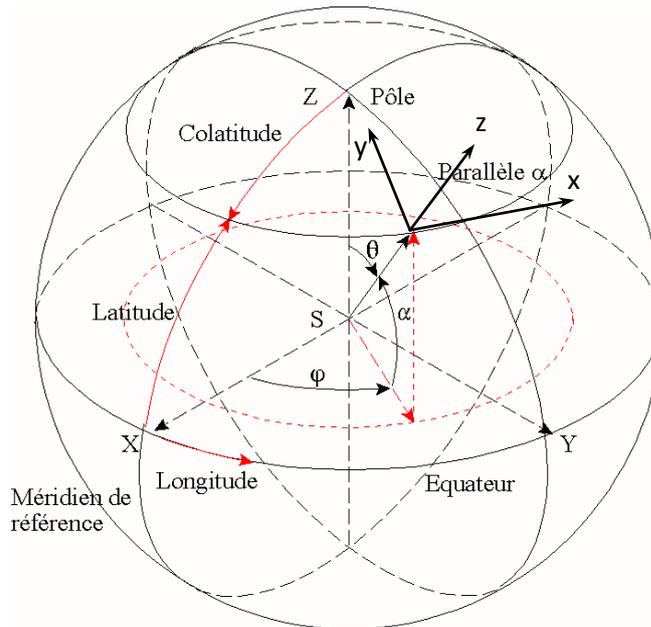


Figure 1: Correspondance coordonnées géographiques VS coordonnées cartésiennes⁸.

$$X = r \sin \theta \cos \varphi$$

$$Y = r \sin \theta \sin \varphi$$

$$Z = r \cos \theta$$

Ensuite, nous extrayons la zone voulue, par exemple un carré de 25km de côté centré en 45.925340° Nord 6.869790° Est (centre de Chamonix). Pour cela, nous devons calculer les longitudes et latitudes des points situés à 12.5km du centre, dans les quatre directions cardinales. Nous obtenons une zone allant de 45.8128° à 46.0378° Nord et de 6.7081° à 7.0315° Est (cf. Figure 3). L'extraction des données de la zone voulue peut se faire dès la lecture du fichier, ce qui accélère le processus.

Dans le cas de Chamonix, et pour un carré de 25km de côté, le modèle obtenu est composé de 272x390 points, soit un total de 106 080 points, et 210 838 (271x389x2) facettes triangulaires.

⁸ P. Beckers, *Communication Graphique*, Les Editions de L'Université de Liège, 2003.

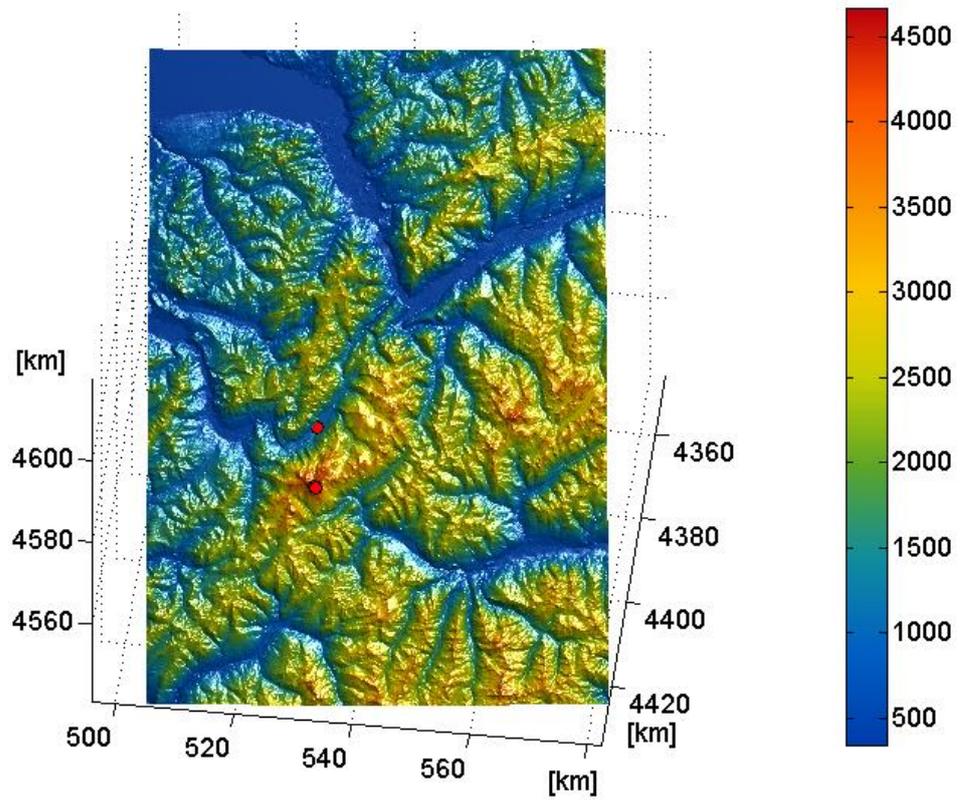


Figure 2: Vue sur la sphère du quadrangle sphérique initial (45.5° Nord à 46.5° Nord, 6.5° Est à 7.5° Est).

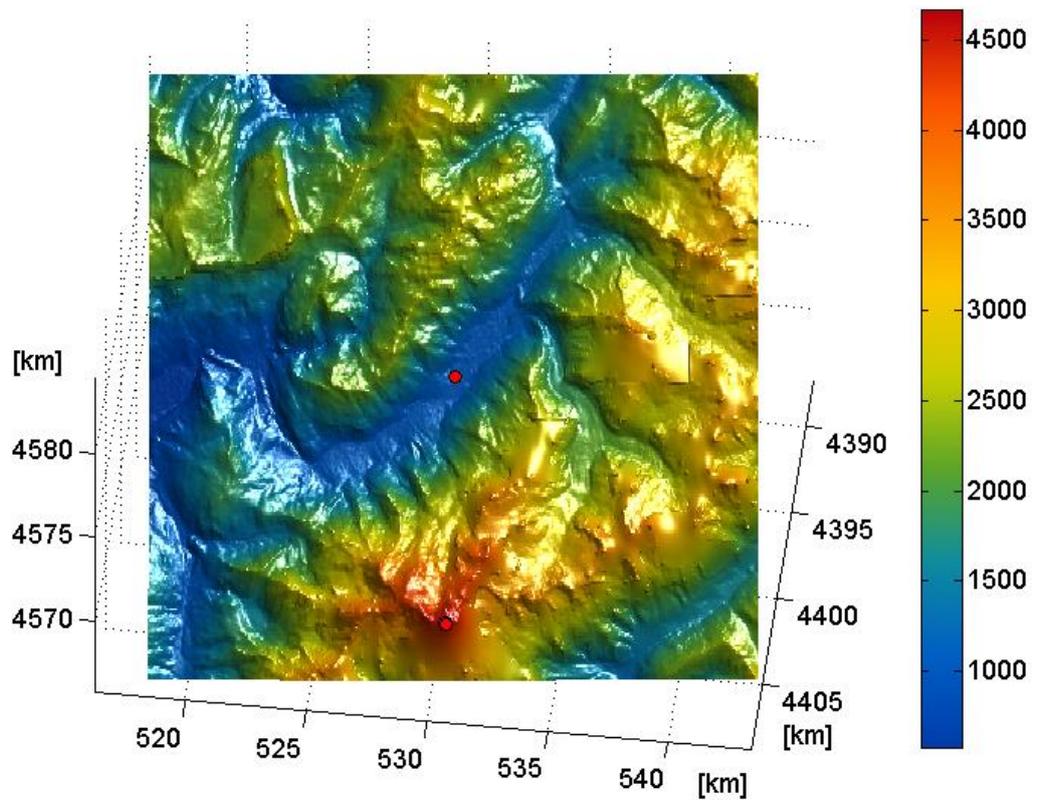


Figure 3: Vue sur la sphère du quadrangle sphérique correspondant à la zone choisie.

Sur les Figure 2 et Figure 3, nous avons représenté le centre de Chamonix, ainsi que le sommet du Mont Blanc. La position de celui-ci varie légèrement en fonction de la source des coordonnées.

	Coordonnées géographiques			Coordonnées cartésiennes sur la sphère		
	Latitude	Longitude	Altitude	X	Y	Z
Chamonix ⁹	45.925340° N	6.869790° E	1045.0m	4397.225km	529.770km	4574.444km
Mont Blanc ¹⁰	45.834583° N	6.865417° E	4672.0m	4406.963km	530.602km	4570.024km
Mont Blanc ¹¹	45.833315° N	6.865296° E	4810.9m	4407.158km	530.616km	4570.023km
Mont Blanc ¹²	45.833686° N	6.864189° E	4783.0m	4407.122km	530.526km	4570.034km
Mont Blanc ¹³	45.833611° N	6.865000° E	4778.0m	4407.117km	530.588km	4570.025km

Tableau 1: Coordonnées géographiques et cartésiennes sur la sphère de Chamonix et du Mont Blanc.

Dans les axes globaux X Y Z, on effectue une rotation autour de l'axe OZ d'un angle de -96.8698° ($-90^\circ - \varphi$ où φ est la longitude du centre), puis d'un angle de -44.0747° ($-\theta$ où θ est la colatitude du centre) autour de l'axe OX afin de se placer en coordonnées locales, sur le plan tangent à la sphère terrestre aux coordonnées géographiques de Chamonix (au niveau de la mer). L'axe oy est parallèle au méridien local (positif vers le Nord) et l'axe ox parallèle au parallèle local (positif vers l'Est).

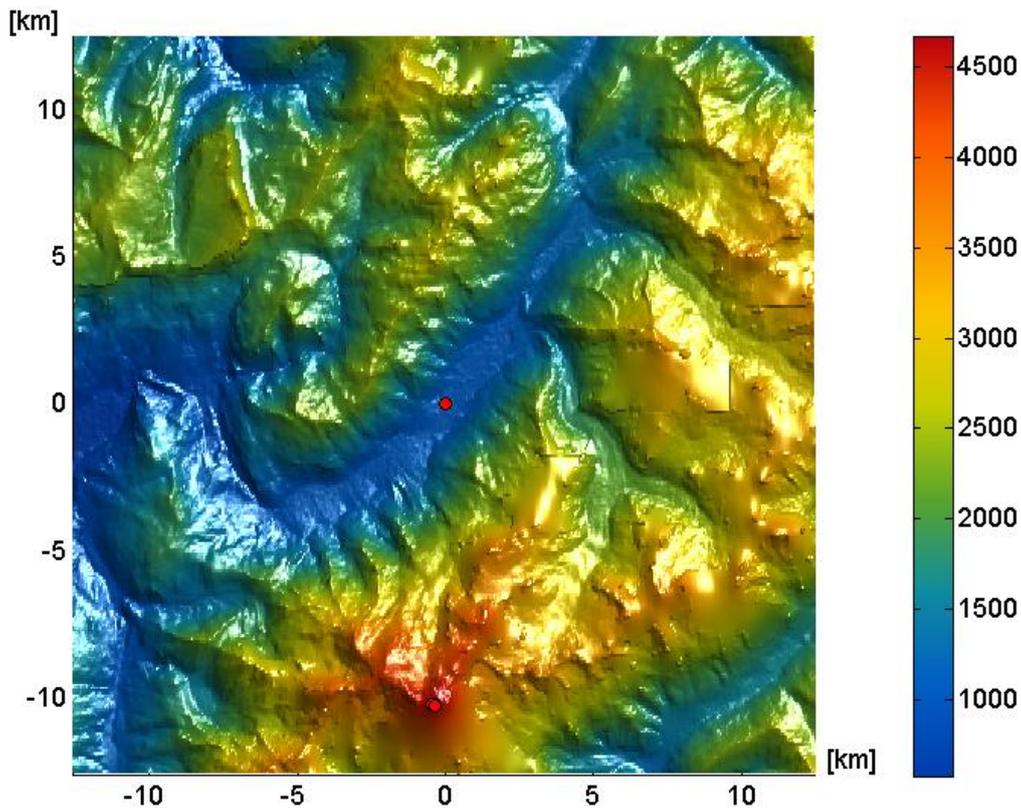


Figure 4: Vue 2D du modèle de terrain obtenu.

⁹ Coordonnées : Google Maps ; Altitude : modèle de terrain.

¹⁰ Coordonnées et altitude : point d'élévation maximal sur le modèle de terrain.

¹¹ Coordonnées : Google Maps ; Altitude : Wikipedia.

¹² Coordonnées et altitude : point d'altitude maximale dans Google Earth.

¹³ Coordonnées et altitude : point enregistré dans la base de données de Google Earth.

Voici les coordonnées cartésiennes locales de Chamonix et du Mont Blanc :

	Coordonnées géographiques			Coordonnées cartésiennes		
	Latitude	Longitude	Altitude	x	y	z
Chamonix	45.925340° N	6.869790° E	1045.0m	0m	0m	1045m
Mont Blanc	45.834583° N	6.865417° E	4672.0m	-339m	-10091m	4664m
Mont Blanc	45.833315° N	6.865296° E	4810.9m	-348m	-10233m	4800m
Mont Blanc	45.833686° N	6.864189° E	4783.0m	-434m	-10191m	4775m
Mont Blanc	45.833611° N	6.865000° E	4778.0m	-371m	-10200m	4770m

Tableau 2: Coordonnées géographiques et cartésiennes locales de Chamonix et du Mont Blanc.

Les différences sur le positionnement du sommet du Mont Blanc sont de l'ordre de 40m en x et de plus de 100m en y et en z. Afin d'expliquer certaines de ces différences, vérifions la qualité des données SRTM en supprimant les zones interpolées pour cause de manque de données. Ces zones sont affichées en blanc sur la figure suivante :

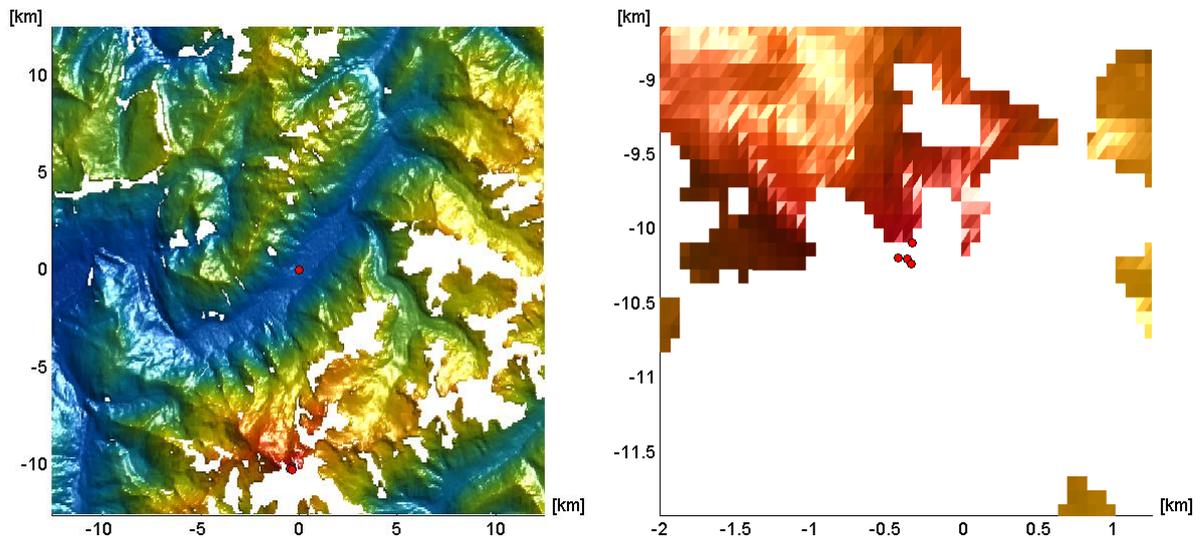


Figure 5: Vallée de Chamonix / Zoom sur le Mont blanc sans les zones interpolées

Le flanc Sud du Mont Blanc est presque entièrement interpolé et le point le plus élevé du modèle se trouve situé à la limite des données mesurées et des données interpolées. Ce point ne correspond donc pas au sommet du Mont Blanc qui est situé dans la zone interpolée.

Facettisation

Tant pour l'affichage que pour l'utilisation dans un format « éléments finis » (une liste de facettes renvoyant à une liste de coordonnées de nœuds) ou encore pour l'exportation au format STL (une liste des coordonnées de facettes triangulaires), le modèle obtenu à l'importation nécessite une facettisation. Tout carreau est défini par quatre centres de cellules adjacentes. Dans un premier temps, nous nous sommes contentés de diviser chacun de ces carreaux suivant une diagonale aléatoire. En général, ces carreaux sont des quadrilatères, c'est-à-dire à bords droits, mais non plans.

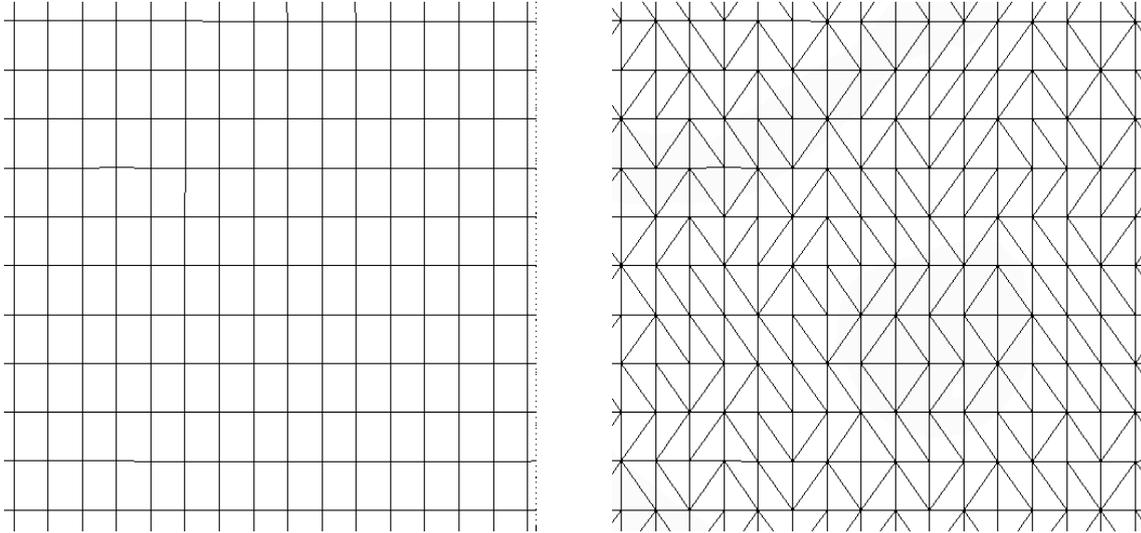


Figure 6: Modèle en carreaux VS modèle en triangles.

Cette procédure a l'avantage d'être rapide et facile à programmer, mais cela peut poser des problèmes au niveau des carreaux gauchis. En effet, en fonction de la diagonale choisie, le centre du carreau sera plus ou moins haut. Une première solution serait d'ajouter au centre du carreau un point dont l'altitude serait égale à l'altitude moyenne des coins.

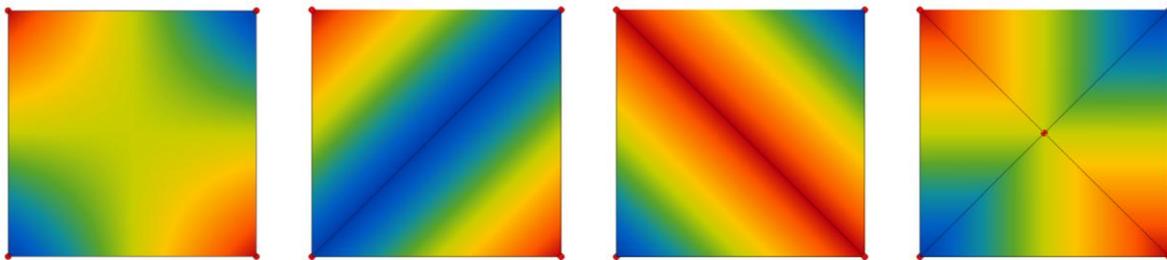


Figure 7: Carreau gauchi - comparaison des diagonales.

Ainsi, si la différence d'altitude des milieux des deux diagonales est supérieure à une valeur seuil, nous pouvons ajouter un nœud au centre du carreau afin d'améliorer le rendu.

Calcul de l'altitude d'un point

Lorsque nous déplaçons le point de vue sur le modèle de terrain, nous avons besoin de connaître son altitude. Si un point n'est pas situé sur un des nœuds du modèle, son altitude doit être interpolée. Une méthode d'interpolation consiste en l'utilisation d'un système de coordonnées locales attaché au carreau dans lequel se situe le point :

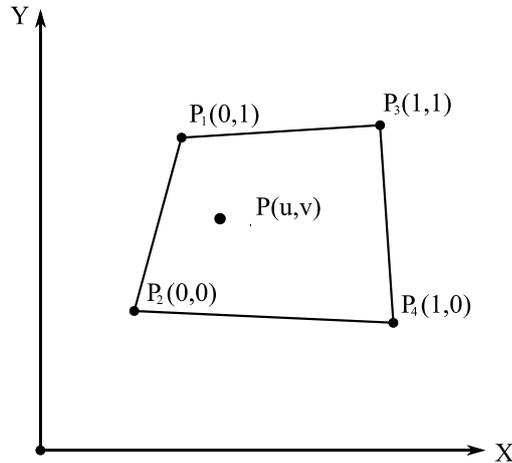


Figure 8: Système de coordonnées attaché à un carreau.

On a :

$$\begin{cases} X = (1-u)vX_1 + (1-u)(1-v)X_2 + uvX_3 + u(1-v)X_4 \\ Y = (1-u)vY_1 + (1-u)(1-v)Y_2 + uvY_3 + u(1-v)Y_4 \\ Z = (1-u)vZ_1 + (1-u)(1-v)Z_2 + uvZ_3 + u(1-v)Z_4 \end{cases}$$

ou encore :

$$\begin{cases} X = u(X_4 - X_2) + v(X_1 - X_2) + uv(-X_1 + X_2 + X_3 - X_4) + X_2 \\ Y = u(Y_4 - Y_2) + v(Y_1 - Y_2) + uv(-Y_1 + Y_2 + Y_3 - Y_4) + Y_2 \\ Z = u(Z_4 - Z_2) + v(Z_1 - Z_2) + uv(-Z_1 + Z_2 + Z_3 - Z_4) + Z_2 \end{cases}$$

On sort u de la première équation :

$$u = \frac{(X - X_2) - v(X_1 - X_2)}{(X_4 - X_2) + v(-X_1 + X_2 + X_3 - X_4)}$$

et on le remplace dans la seconde équation :

$$\begin{aligned} Y &= \frac{(X - X_2) - v(X_1 - X_2)}{(X_4 - X_2) + v(-X_1 + X_2 + X_3 - X_4)} (Y_4 - Y_2) + v(Y_1 - Y_2) \\ &+ \frac{(X - X_2) - v(X_1 - X_2)}{(X_4 - X_2) + v(-X_1 + X_2 + X_3 - X_4)} v(-Y_1 + Y_2 + Y_3 - Y_4) + Y_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (X_4 - X_2)(Y - Y_2) + v(-X_1 + X_2 + X_3 - X_4)(Y - Y_2) &= (X - X_2)(Y_4 - Y_2) - v(X_1 - X_2)(Y_4 - Y_2) \\
 &+ v(X_4 - X_2)(Y_1 - Y_2) + v^2(-X_1 + X_2 + X_3 - X_4)(Y_1 - Y_2) \\
 &+ v(X - X_2)(-Y_1 + Y_2 + Y_3 - Y_4) - v^2(X_1 - X_2)(-Y_1 + Y_2 + Y_3 - Y_4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0 &= v^2 \left[-(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) + (X_3 - X_4)(Y_1 - Y_2) \right. \\
 &\quad \left. + (X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) - (X_1 - X_2)(Y_3 - Y_4) \right] \\
 &+ v \left[(X - X_2)(-Y_1 + Y_2 + Y_3 - Y_4) - (-X_1 + X_2 + X_3 - X_4)(Y - Y_2) \right. \\
 &\quad \left. - (X_1 - X_2)(Y_4 - Y_2) + (X_4 - X_2)(Y_1 - Y_2) \right] \\
 &+ (X - X_2)(Y_4 - Y_2) - (X_4 - X_2)(Y - Y_2)
 \end{aligned}$$

$$\text{ou encore } av^2 + bv + c = 0$$

On trouve alors deux racines à cette équation :

$$v = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si le point est bel et bien situé dans le carreau, alors une des deux racines est comprise entre 0 et 1. C'est la solution du problème. On trouve alors u avec une des équation précédentes, puis Z en remplaçant u et v dans $Z = u(Z_4 - Z_2) + v(Z_1 - Z_2) + uv(-Z_1 + Z_2 + Z_3 - Z_4) + Z_2$.

La première étape du calcul d'altitude consiste donc à trouver le carreau dans lequel se situe le point recherché. Cela peut être fait en appliquant le calcul précédent au modèle complet. En effet, le modèle peut être vu comme une grille. Ainsi, les u et v calculés donneront une indication sur les indices du carreau concerné. Cependant, il ne s'agit que d'une approximation, il faudra donc effectuer une correction étant donné que la grille est limitée par des côtés courbes puisqu'elle provient de la projection de méridiens et de parallèles. Cette correction peut être réalisée très simplement en testant l'appartenance du point recherché à chacun des carreaux voisins du carreau obtenu par l'approximation.

Calcul d'une ligne de ciel

Introduction

Pour calculer la ligne de ciel, il faut projeter l'ensemble des facettes du modèle sur un hémisphère unitaire centré sur l'observateur et délimité par le plan horizontal. Il faut ensuite trouver les arêtes les plus hautes¹⁴.

Nous allons, dans la présente étude, aborder une variante de cette méthode. Elle est plus directe et permet de choisir un certain degré de résolution. Elle consiste à effectuer une série de coupes radiales dans le terrain et à définir sur chaque coupe l'angle d'élévation maximal observé. L'angle entre les différentes coupes déterminera le degré de résolution. Cette méthode donne directement la position du point visible le plus éloigné de l'observateur, et ce dans chacune des directions de coupe.

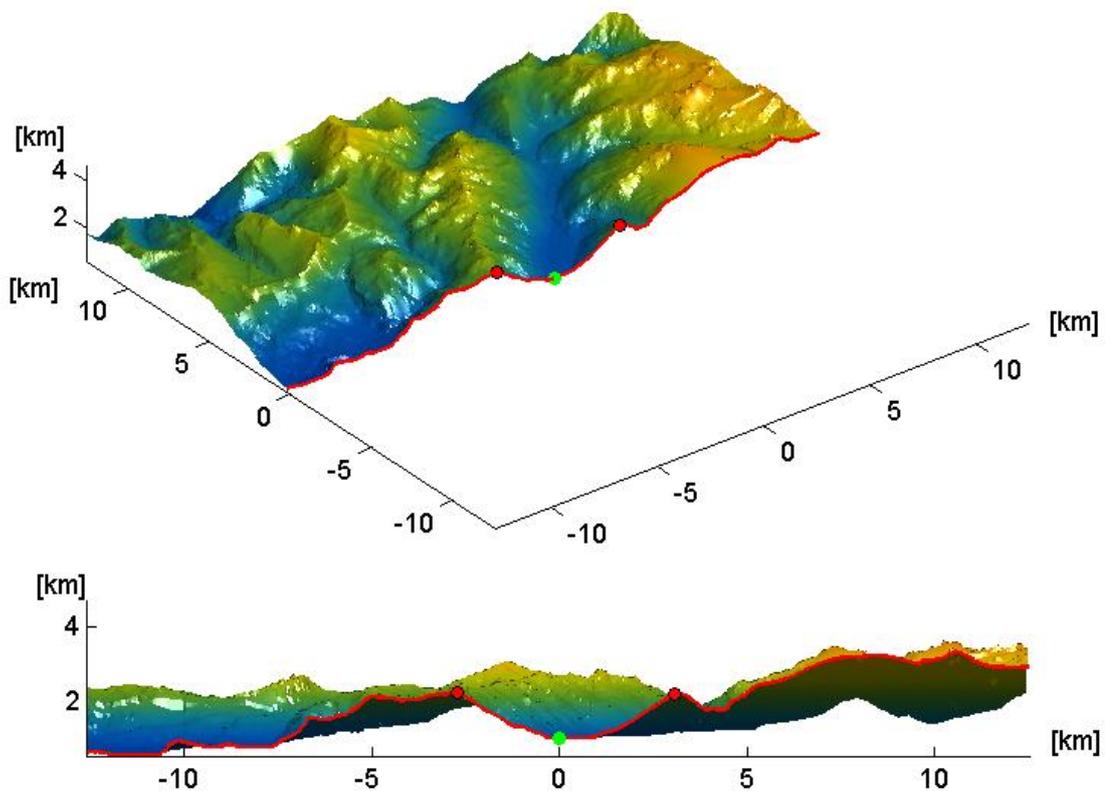


Figure 9: Coupe dans la vallée de Chamonix suivant la direction Ouest-Est.

Sur ces deux projections, on voit le point de vue en vert, la ligne de coupe en rouge et les points visibles les plus éloignés dans la direction de coupe en rouge cerclé de noir.

Dans un premier temps, nous avons calculé les coupes sur le terrain facettisé et nous avons constaté de légères différences en fonction de la diagonale choisie. Ensuite, nous avons décidé d'effectuer ce calcul directement sur les carreaux, en coupant uniquement leurs côtés. Il s'avère que le résultat est identique à celui que l'on obtiendrait avec les diagonales inférieures. En effet, un des côtés sera toujours plus haut que la diagonale inférieure. De plus, le temps de calcul a diminué de plus de 30%.

¹⁴ Pablo LÓPEZ, *Computation of skylines from topographic data*, Université de Liège, 2007.

Substitution du modèle

Comme nous connaissons la position du point visible le plus éloigné de l'observateur dans chacune des directions de coupe, nous pouvons remplacer le modèle de terrain par un rideau vertical qui joint l'ensemble de ces points. La ligne de ciel constituée par le rideau est identique à celle qui est obtenue à partir du terrain si la résolution des coupes est suffisante.

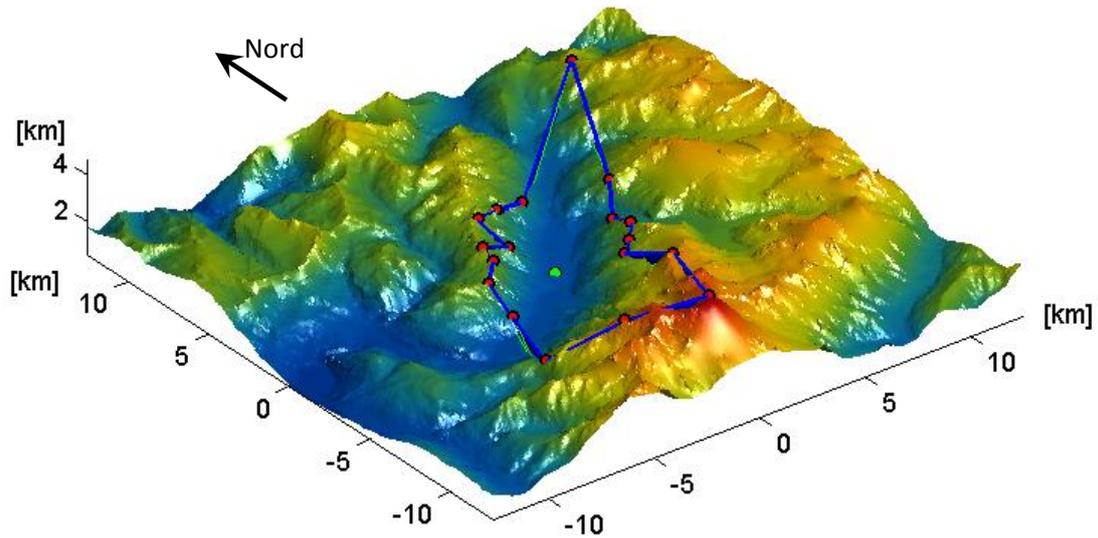


Figure 10: Ligne de ciel calculée tous les 20° sur le modèle de terrain.

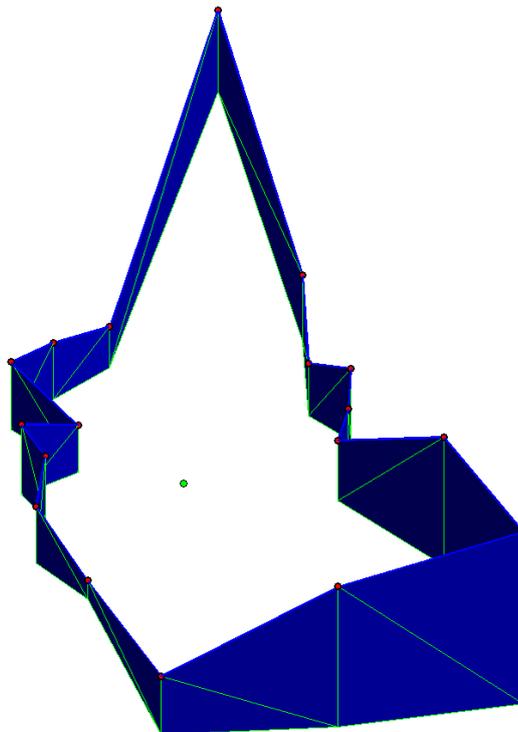


Figure 11: Rideau de ligne de ciel calculé tous les 20°.

Résultats dans Heliodon

Une fois le rideau calculé, il peut être importé dans le logiciel Heliodon afin d'en calculer la projection stéréographique et de permettre à l'utilisateur de vérifier l'ensoleillement disponible au point considéré. L'avantage d'utiliser le rideau est son nombre nettement inférieur de facettes par rapport au modèle de terrain complet. Ainsi, dans notre exemple, alors que le modèle complet de la vallée de Chamonix est composé de 210 838 facettes, le rideau calculé tous les degrés n'en compte que 720, soit environ 0.34%. Le temps de calcul de la stéréographie passe de 1 minute et 15 secondes pour le modèle complet à environ 1 seconde pour le rideau, et il n'y a pas de différence visible sur les stéréographies. La perte d'information est négligeable dans les cas considérés.

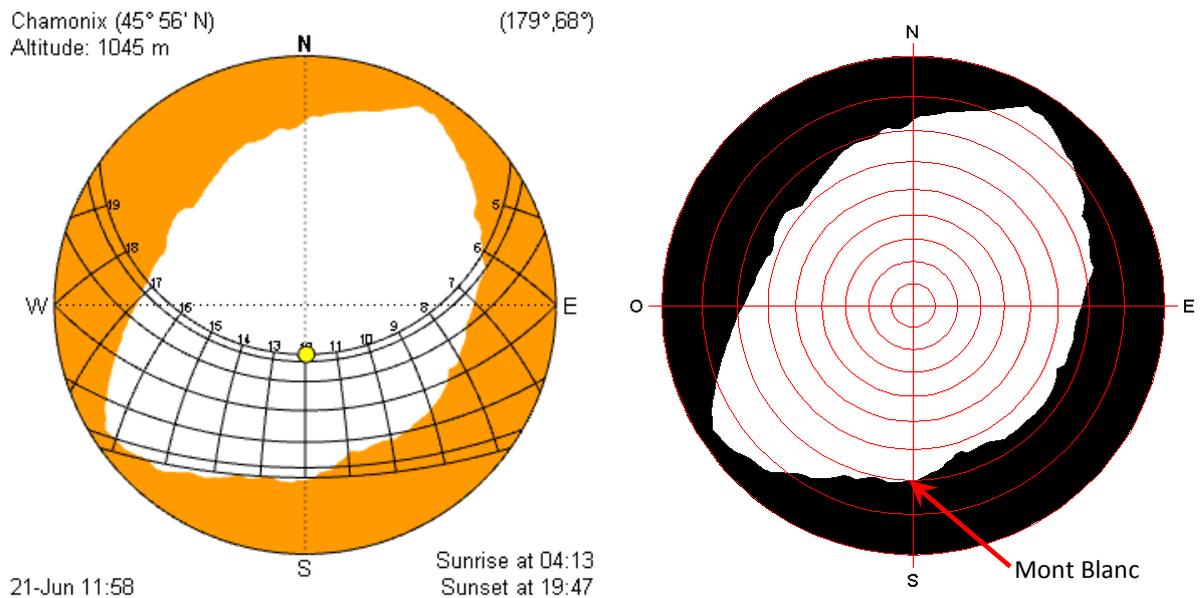


Figure 12: Stéréographie de Chamonix avec trajectoires solaires et courbes de niveau des élévations (tous les 10°).

Etude de la sensibilité de la ligne de ciel vis-à-vis de la position du point de vue

Le modèle de terrain utilisé est le même que le précédent, à savoir un carré de 25km de côté, centré sur Chamonix (45.925340° Nord 6.869790° Est). Cette zone a été choisie car elle présente une ligne de ciel escarpée permettant une bonne visualisation des variations.

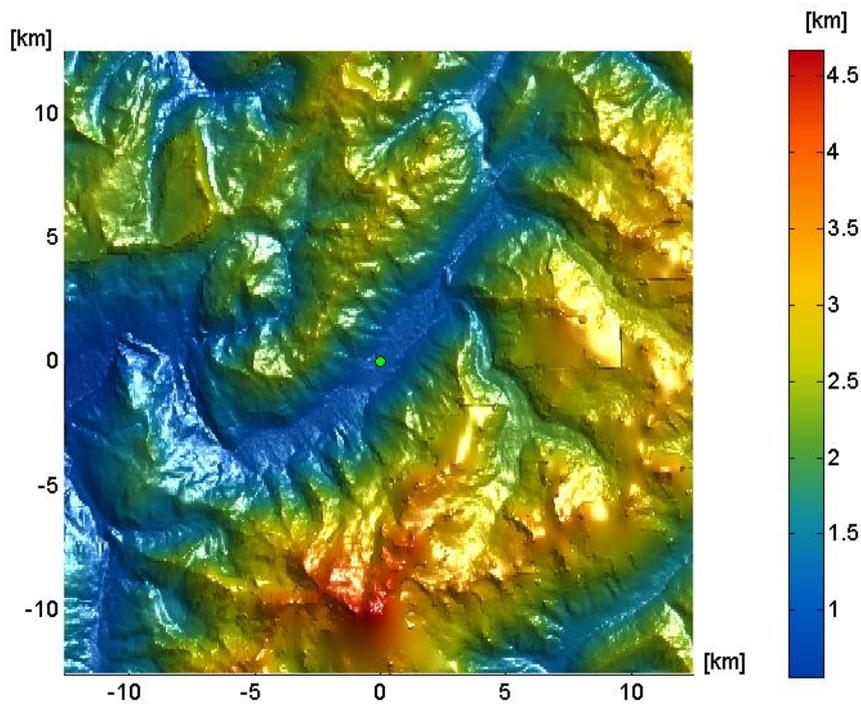


Figure 13: Modèle utilisé - Vallée de Chamonix.

Calcul d'une zone de confiance

Pour étudier la sensibilité en un point donné, nous calculons, en ce même point, le rideau de ligne de ciel et nous considérons que ce dernier n'est pas modifié pour des déplacements raisonnables. Dès lors, nous pouvons calculer le déplacement horizontal maximal pour lequel la variation d'angle est inférieure à une valeur seuil donnée. Dans cette zone, on peut décider de conserver la ligne de ciel.

Pour des déplacements plus grands, nous verrons que la variation d'angle devient importante. Cependant, le rideau continue à rendre fidèlement la ligne de ciel tant qu'un accident du terrain ne se détache pas du reste du paysage lorsque l'on se déplace.

Calcul d'une zone de confiance longitudinale

Lorsque l'on se déplace horizontalement dans une direction, le point de la ligne de ciel situé vers l'avant monte dans le ciel, celui situé derrière descend.

Nous définissons la zone de confiance longitudinale comme la zone dans laquelle la variation de l'angle d'élévation, d'un point situé dans la direction du déplacement, est inférieure à une valeur seuil donnée. Nous pouvons calculer la distance de confiance de deux manières, selon que l'on considère le point situé face au déplacement ou opposé à celui-ci.

Lorsque l'on se déplace en direction d'un point, à l'origine vu suivant un angle d'élévation α , il se trouve alors perçu suivant un angle d'élévation $\alpha + \varepsilon$:

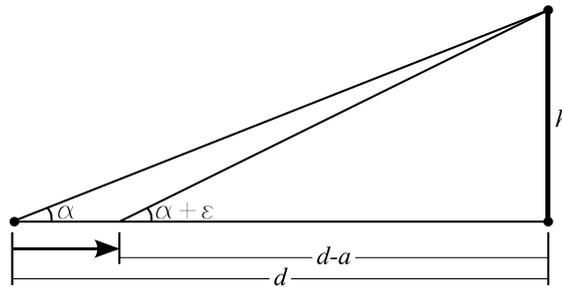


Figure 14: Calcul de la zone de confiance avant.

$$\tan \alpha = \frac{h}{d}$$

$$\tan(\alpha + \varepsilon) = \frac{h}{d - a}$$

$$a = h \left(\frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan(\alpha + \varepsilon)} \right) = d \left(1 - \frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + \varepsilon)} \right)$$

Lorsque l'on se déplace dans la direction opposée à un point, à l'origine vu suivant un angle d'élévation α , il se trouve alors perçu suivant un angle d'élévation $\alpha - \varepsilon$:

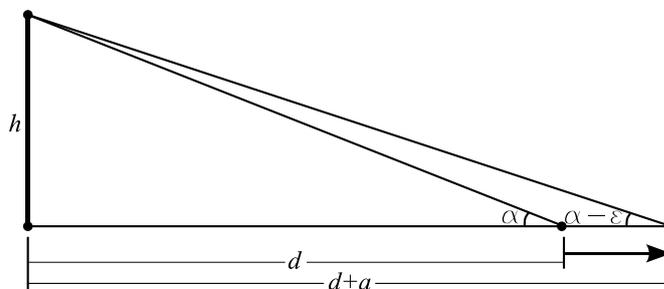


Figure 15: Calcul de la zone de confiance arrière.

$$\tan \alpha = \frac{h}{d}$$

$$\tan(\alpha - \varepsilon) = \frac{h}{d + a}$$

$$a = h \left(\frac{1}{\tan(\alpha - \varepsilon)} - \frac{1}{\tan \alpha} \right) = d \left(\frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha - \varepsilon)} - 1 \right)$$

Si on remanie ces deux équations, on obtient :

$$\begin{aligned}
 a &= h \left(\frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan(\alpha + \varepsilon)} \right) & a &= h \left(\frac{1}{\tan(\alpha - \varepsilon)} - \frac{1}{\tan \alpha} \right) \\
 a &= h \frac{\tan(\alpha + \varepsilon) - \tan \alpha}{\tan \alpha \tan(\alpha + \varepsilon)} & a &= h \frac{\tan \alpha - \tan(\alpha - \varepsilon)}{\tan(\alpha - \varepsilon) \tan \alpha} \\
 a &= h \frac{\frac{\tan \alpha + \tan \varepsilon}{1 - \tan \alpha \tan \varepsilon} - \tan \alpha}{\tan \alpha \frac{\tan \alpha + \tan \varepsilon}{1 - \tan \alpha \tan \varepsilon}} & a &= h \frac{\tan \alpha - \frac{\tan \alpha - \tan \varepsilon}{1 + \tan \alpha \tan \varepsilon}}{\frac{\tan \alpha - \tan \varepsilon}{1 + \tan \alpha \tan \varepsilon} \tan \alpha} \\
 a &= h \frac{\tan \alpha + \tan \varepsilon - \tan \alpha + \tan^2 \alpha \tan \varepsilon}{\tan^2 \alpha + \tan \alpha \tan \varepsilon} & a &= h \frac{\tan \alpha + \tan^2 \alpha \tan \varepsilon - \tan \alpha + \tan \varepsilon}{\tan^2 \alpha - \tan \alpha \tan \varepsilon} \\
 a &= h \frac{\tan \varepsilon + \tan^2 \alpha \tan \varepsilon}{\tan^2 \alpha + \tan \alpha \tan \varepsilon} & a &= h \frac{\tan \varepsilon + \tan^2 \alpha \tan \varepsilon}{\tan^2 \alpha - \tan \alpha \tan \varepsilon} \\
 a &= h \frac{\tan \varepsilon}{\tan \alpha + \tan \varepsilon} \frac{1 + \tan^2 \alpha}{\tan \alpha} & a &= h \frac{\tan \varepsilon}{\tan \alpha - \tan \varepsilon} \frac{1 + \tan^2 \alpha}{\tan \alpha} \\
 a &= h \frac{\tan \varepsilon}{\tan \alpha + \tan \varepsilon} \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} & a &= h \frac{\tan \varepsilon}{\tan \alpha - \tan \varepsilon} \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}
 \end{aligned}$$

Si l'on considère que $\varepsilon \ll 1$, alors $\tan \varepsilon \cong \varepsilon$. De même, si $\varepsilon \ll \alpha$, alors $\tan \varepsilon \ll \tan \alpha$, et donc $\tan \alpha \pm \tan \varepsilon \cong \tan \alpha$. On obtient alors dans les deux cas :

$$\begin{aligned}
 a &\cong h \frac{\varepsilon}{\tan \alpha} \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} \\
 a &\cong h \frac{\varepsilon}{\sin^2 \alpha}
 \end{aligned}$$

Cette relation peut également être obtenue en effectuant le développement de Taylor au premier ordre de la fonction $\alpha(a)$. En considérant le schéma de la Figure 14, on a :

$$\alpha(a) = \arctan \frac{h}{d-a}$$

Cette relation est valable pour le calcul de la zone arrière si l'on prend ε et a avec leur signe. Sa dérivée donne :

$$\begin{aligned}
 \frac{d\alpha}{da} &= \frac{1}{1 + \left(\frac{h}{d-a} \right)^2} \frac{h}{(d-a)^2} \\
 \frac{d\alpha}{da} &= \frac{h}{(d-a)^2 + h^2}
 \end{aligned}$$

En effectuant le développement de Taylor au premier ordre, on obtient :

$$\alpha(a) \cong \alpha(a_0) + \left. \frac{d\alpha}{da} \right|_{a_0} (a - a_0)$$

Si $a_0 = 0$ alors :

$$\alpha(a) \cong \alpha(0) + \frac{h}{d^2 + h^2} a$$

La variation maximale d'angle $\Delta\alpha = \varepsilon$ donne :

$$\begin{aligned} \frac{h}{d^2 + h^2} a &\cong \varepsilon \\ a &\cong \varepsilon h \frac{d^2 + h^2}{h^2} \\ a &\cong h \frac{\varepsilon}{\sin^2 \alpha} \end{aligned}$$

Calcul d'une zone de confiance transversale

Lorsque l'on se déplace dans une direction, les points de la ligne de ciel situés à la perpendiculaire de cette même direction semblent reculer. Donc, lorsque nous avançons, l'azimut des points situés sur notre gauche diminue, tandis que l'azimut des points situés sur notre droite augmente. Les azimuts sont pris positivement dans le sens horlogique, à partir du Nord.

Nous définissons la zone de confiance transversale comme étant la zone dans laquelle la variation d'azimut, d'un point situé à la perpendiculaire du déplacement, est inférieure à une valeur donnée.

Lorsque l'on se déplace suivant une direction ϑ , un point situé sur notre gauche, à l'origine vu à un azimut $\alpha = \vartheta + \frac{3\pi}{2}$, se trouve alors perçu à un azimut $\alpha - \varepsilon$; un point situé sur notre droite, à l'origine vu à un azimut $\alpha = \vartheta + \frac{\pi}{2}$, se trouve alors perçu à un azimut $\alpha + \varepsilon$:

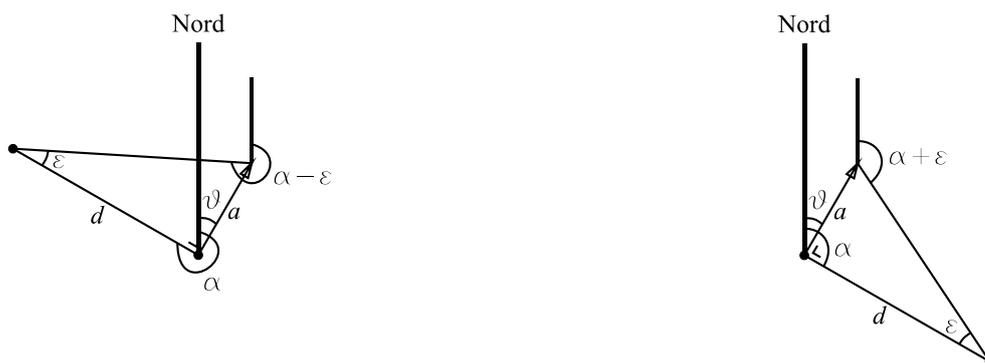


Figure 16: Calcul de la zone de confiance transversale pour un point situé sur la gauche ou sur la droite.

$$\tan \varepsilon = \frac{a}{d}$$

$$a = d \tan \varepsilon$$

Différents cas de calcul de ligne de ciel

Comparons des lignes de ciel obtenues en différentes positions de la vallée de Chamonix. Ces lignes de ciel seront calculées tous les 2°. Les zones de confiance longitudinales sont calculées pour $\varepsilon_{longitudinal} = 15'$, les zones transversales pour $\varepsilon_{transversal} = 1^\circ$. Les points de vue des différents cas seront situés, à 1.8m au-dessus du terrain naturel, conformément au schéma suivant :

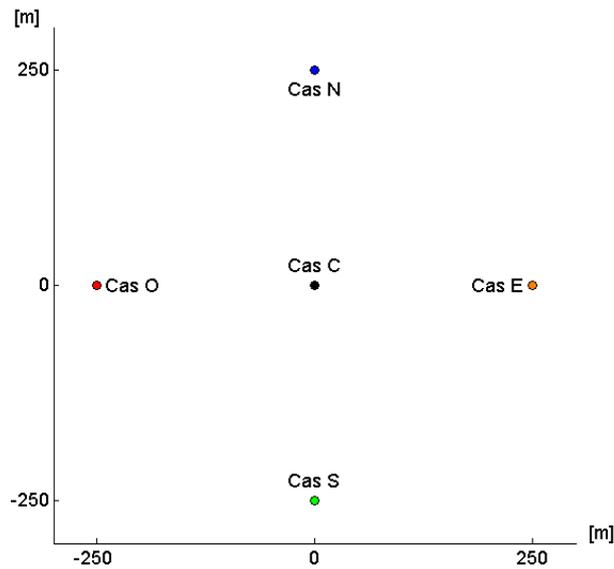


Figure 17: Position des différents points de vue.

Cas C : au Centre de Chamonix

Point de vue : (0 ; 0 ; 1 045.47)

Distance minimale de zone de confiance longitudinale : 15.33 m

Distance minimale de zone de confiance transversale : 24.61 m

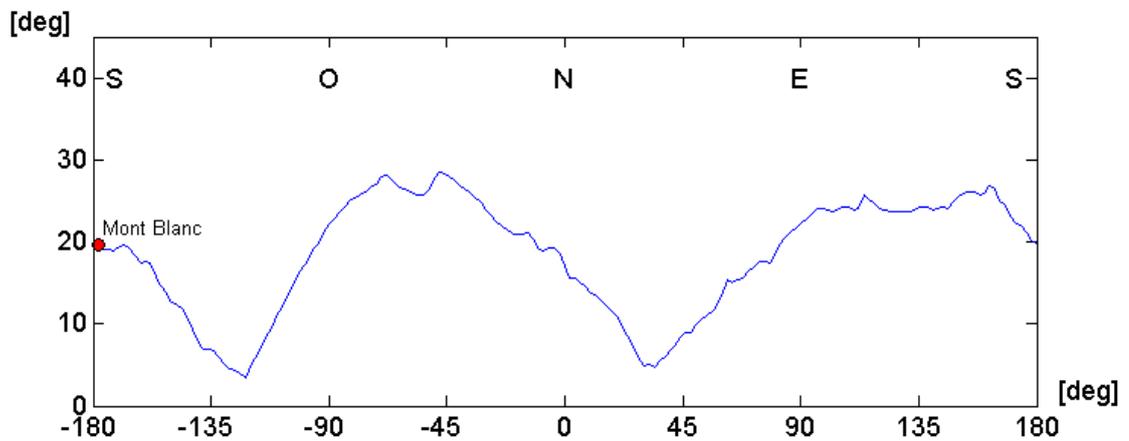


Figure 18: Ligne de ciel au centre de Chamonix.

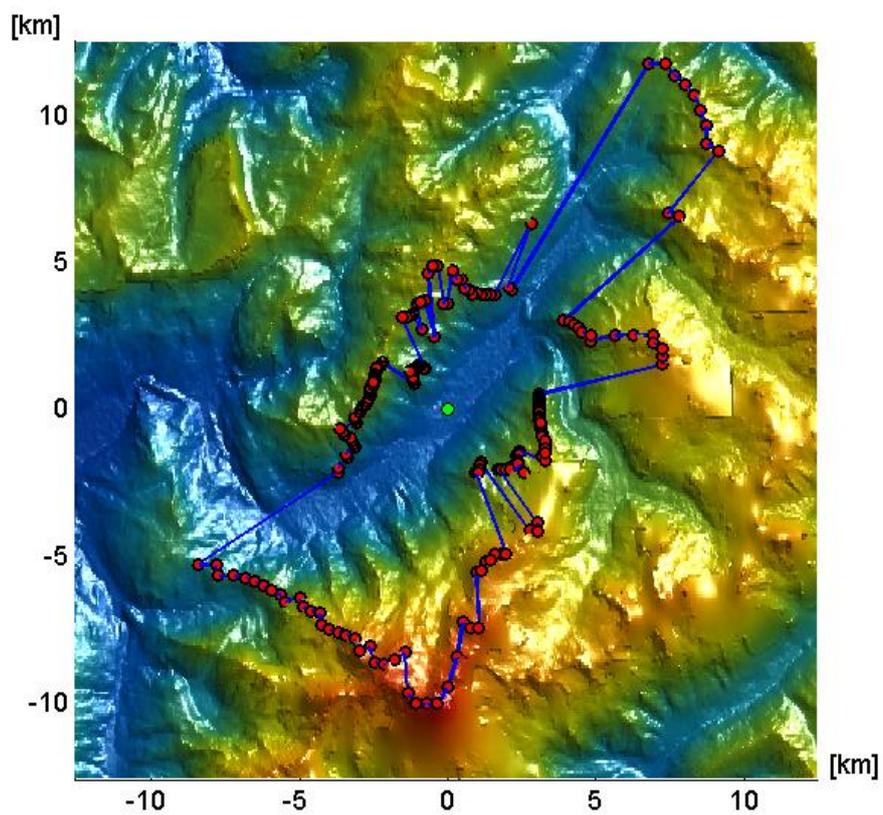


Figure 19: Rideau au centre de Chamonix - vue 2D.

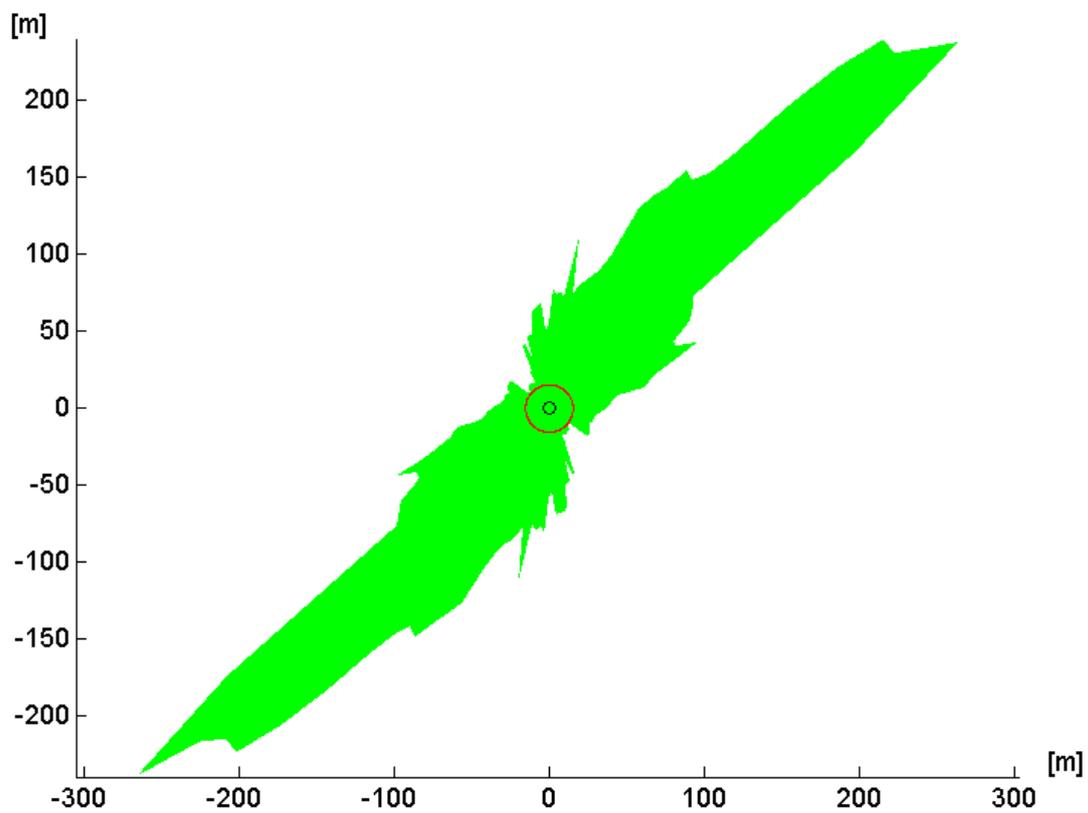


Figure 20: Zone de confiance longitudinale au centre de Chamonix.

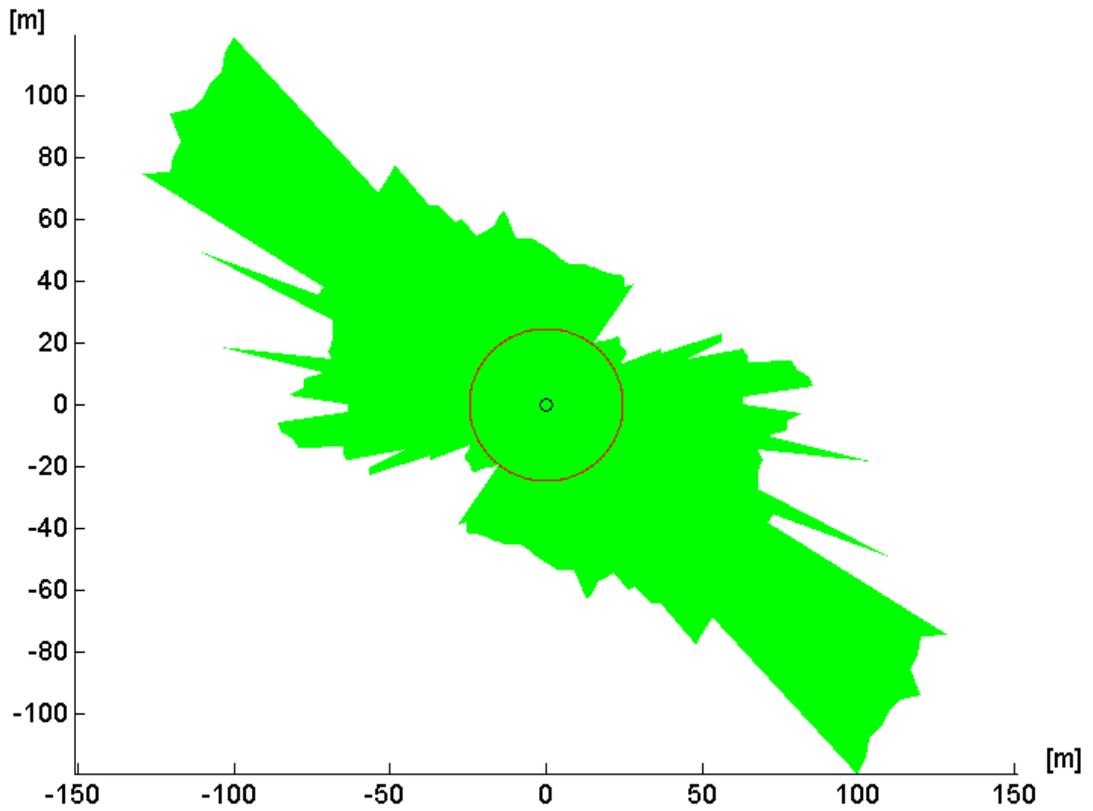


Figure 21: Zone de confiance transversale au centre de Chamonix.

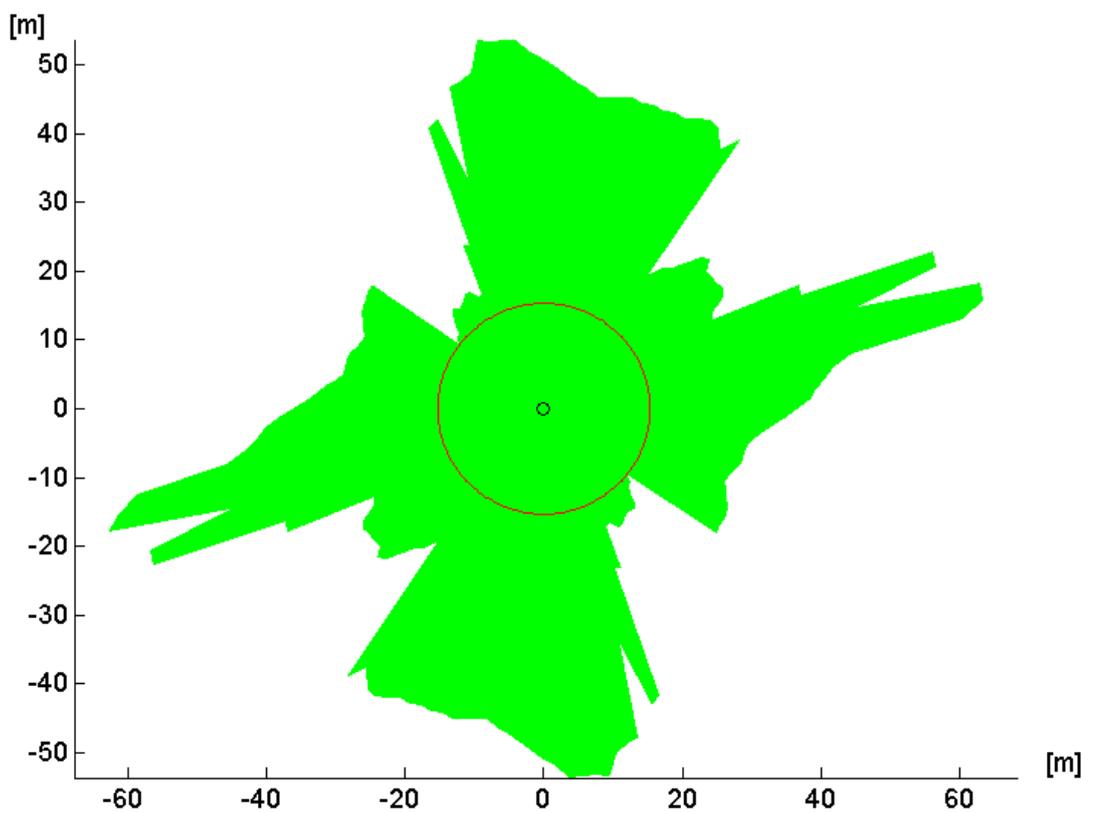


Figure 22: Zone de confiance globale au centre de Chamonix.

Cas N : 250m au Nord de Chamonix

Point de vue : (0 ; 250 ; 1 046.70)

Distance minimale de zone de confiance longitudinale : 13.01 m

Distance minimale de zone de confiance transversale : 14.64 m

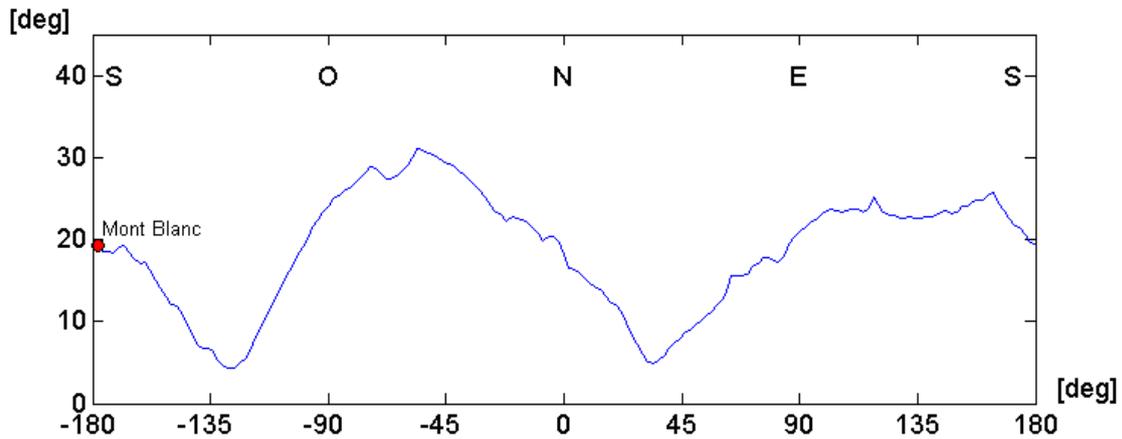


Figure 23: Ligne de ciel à 250m au Nord de Chamonix.

Cas S : 250m au Sud de Chamonix

Point de vue : (0 ; -250 ; 1 042.45)

Distance minimale de zone de confiance longitudinale : 19.20 m

Distance minimale de zone de confiance transversale : 30.66 m

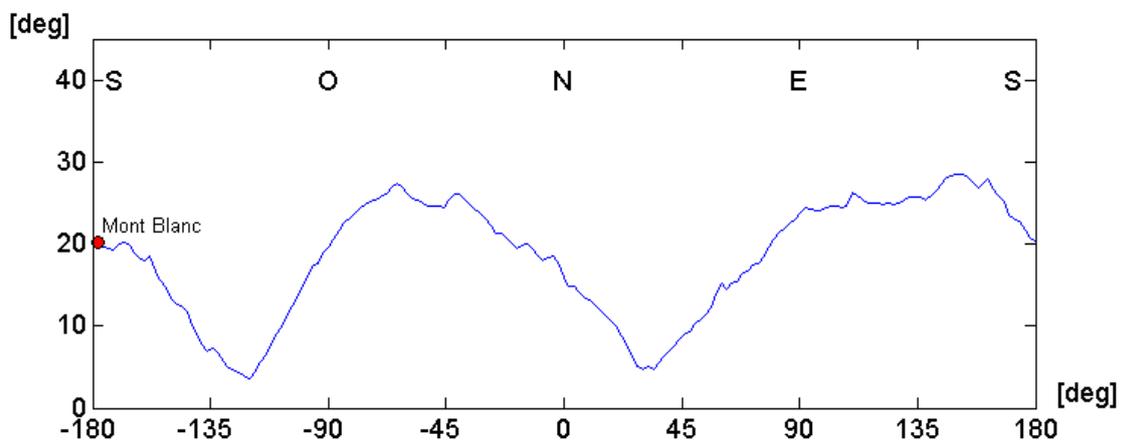


Figure 24: Ligne de ciel à 250m au Sud de Chamonix.

Cas O : 250m à l'Ouest de Chamonix

Point de vue : (-250 ; 0 ; 1 062.41)

Distance minimale de zone de confiance longitudinale : 10.08 m

Distance minimale de zone de confiance transversale : 8.00 m

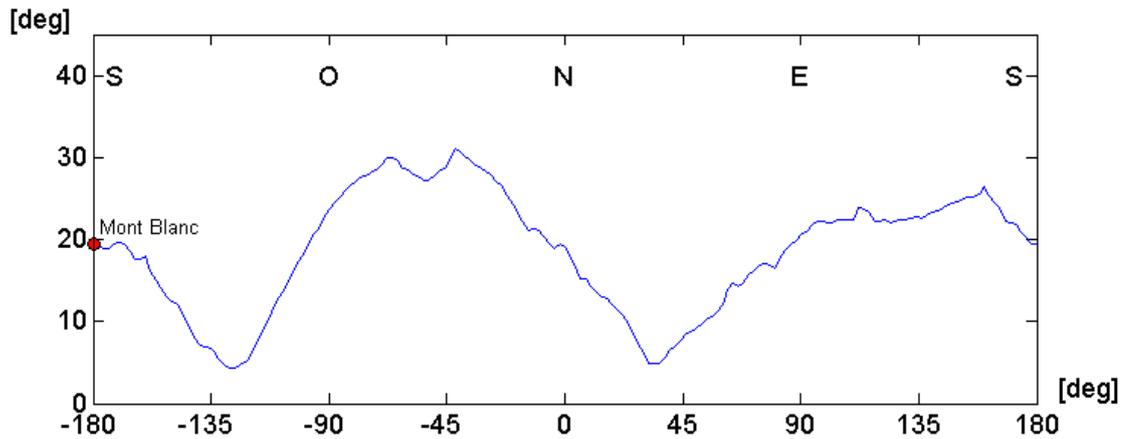


Figure 25: Ligne de ciel à 250m à l'Ouest de Chamonix.

Cas E : 250m à l'Est de Chamonix

Point de vue : (250 ; 0 ; 1 041.63)

Distance minimale de zone de confiance longitudinale : 19.35 m

Distance minimale de zone de confiance transversale : 30.67 m

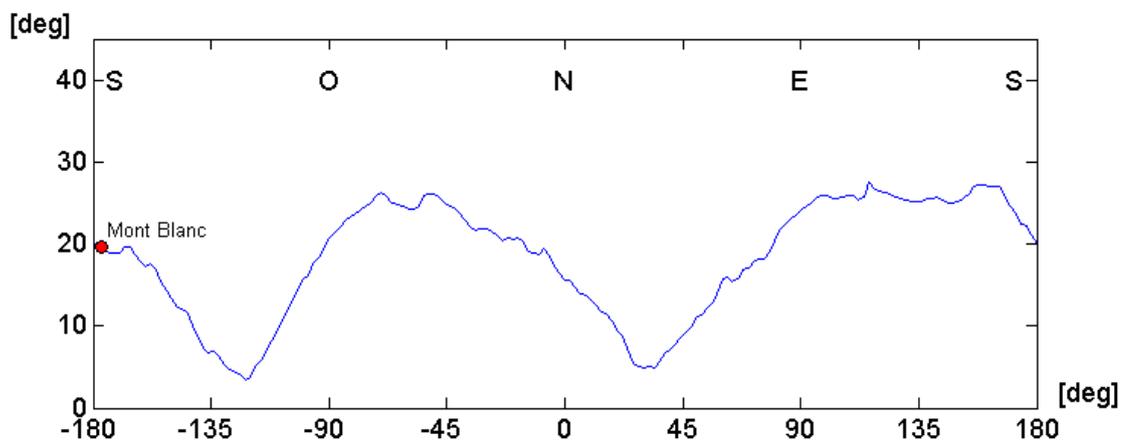


Figure 26: Ligne de ciel à 250m à l'Est de Chamonix.

Comparaison des différentes localisations

Dans le cadre de la comparaison, nous prendrons le cas C (centre de Chamonix) comme référence.

Aux alentours de l'azimut nul (Nord), la ligne de ciel correspondant au cas N (au Nord) est au dessus de la référence tandis que celle du cas S (au Sud) est en dessous. Autour de l'azimut 180° (Sud), le phénomène est inversé. De la même manière, aux environs de 90° (Est), le cas E (à l'Est) est au dessus et le cas O (à l'Ouest) en dessous ; la tendance est inversée aux environs de 270° (Ouest).

Cela traduit le fait que les points de la ligne de ciel montent lorsque l'on s'en rapproche et descendent lorsque l'on s'en éloigne.

Le phénomène de décalage azimutal est plus difficile à discerner dans cette configuration car nous ne disposons pas de pics caractéristiques à proximité directe des quatre azimuts considérés. Néanmoins, pour les pics visibles dans la ligne de ciel, on constate bien des glissements opposés lorsque l'on compare le cas N (au Nord) au cas S (au Sud) ou le cas O (à l'Ouest) au cas E (à l'Est).

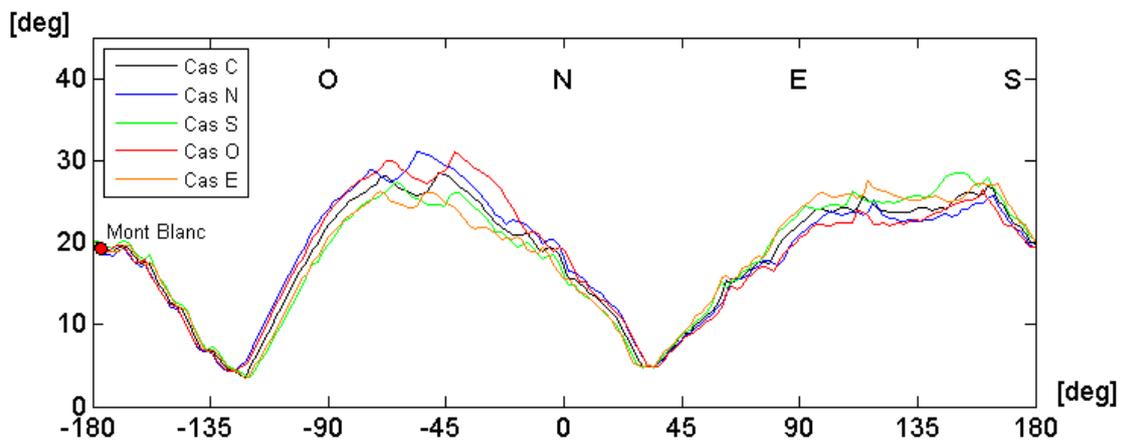


Figure 27: Comparaison des lignes de ciel.

Pour ce qui est de l'allure des rideaux de ligne de ciel, on constate qu'elle est similaire dans tous les cas, à l'exception des alentours de l'azimut -105° (Ouest-Sud-Ouest) pour les cas N et O dans lesquels le rideau se rapproche fortement de l'observateur. Ce rapprochement est dû à la présence d'une colline aux environs du point (-680m ; -240m) qui ne cache les montagnes lointaines que dans ces deux cas. Néanmoins, l'apparition de cette colline ne perturbe pas la ligne de ciel.

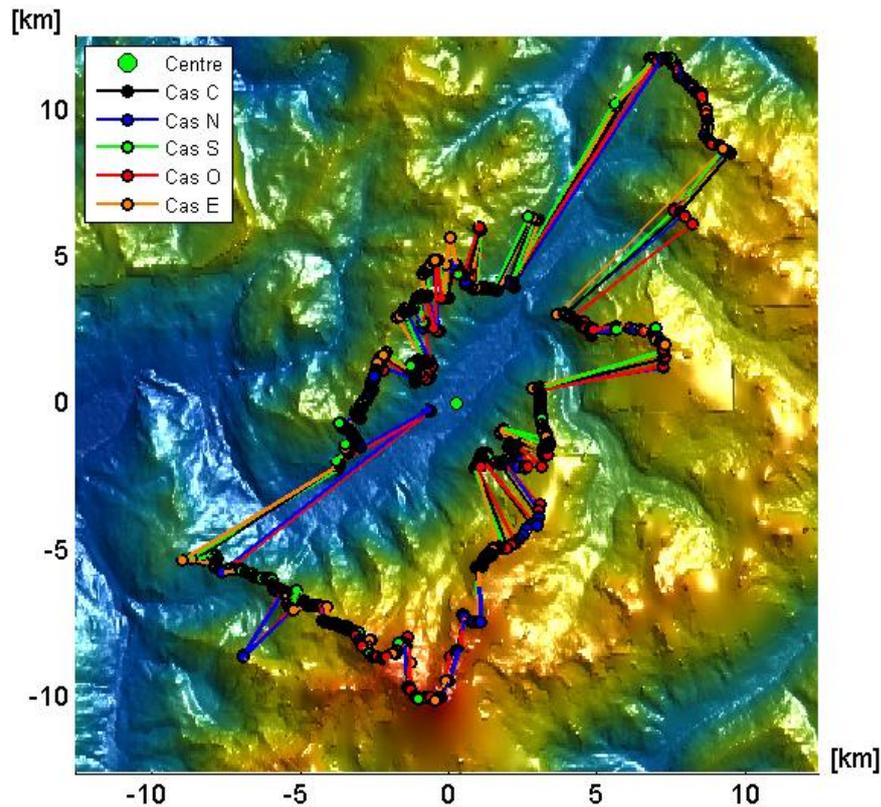


Figure 28: Comparaison des rideaux – vue 2D.

Approximation de lignes de ciel

Nous avons montré précédemment comment calculer une zone de confiance dans laquelle la ligne de ciel varie peu lorsqu'elle est calculée à partir du modèle de terrain. Dans cette zone, nous pouvons ne pas recalculer la ligne de ciel et la conserver telle quelle étant donné cette faible variation.

En dehors de cette zone de confiance, l'erreur faite en conservant la ligne de ciel initiale est importante. Par contre, nous pouvons réutiliser le rideau qui correspond à cette ligne de ciel initiale et le substituer au terrain réel. Il est alors possible de calculer de nouvelles lignes de ciel en des points situés à proximité du point pris comme référence.

Comparons ces lignes de ciel à celles que nous avons obtenues avec le modèle réel de terrain.

Les erreurs sur les angles d'élévation sont calculées en soustrayant la valeur réelle obtenue précédemment à partir du modèle du terrain naturel, à la valeur approchée obtenue à partir du rideau pris comme référence.

Ensuite, comparons ces premiers graphiques avec ceux de la distance séparant l'observateur du rideau considéré. Nous verrons que les erreurs d'angle d'élévation interviennent principalement lorsque les deux rideaux ne sont pas situés à la même distance de l'observateur.

L'erreur relative sur la distance est calculée en soustrayant la valeur réelle à la valeur approchée, puis en divisant par la distance réelle moyenne.

Cas N : 250m au Nord de Chamonix

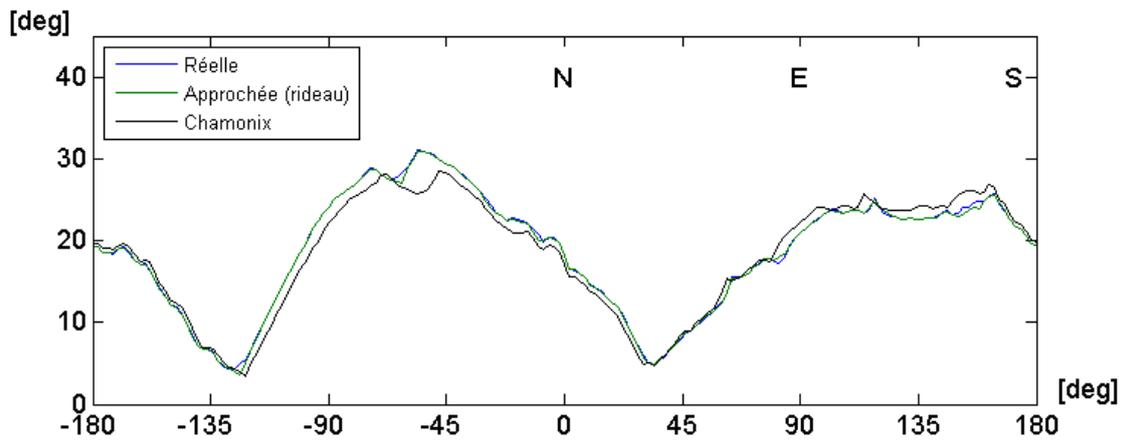


Figure 29: Approximation de la ligne de ciel à 250m au Nord de Chamonix.

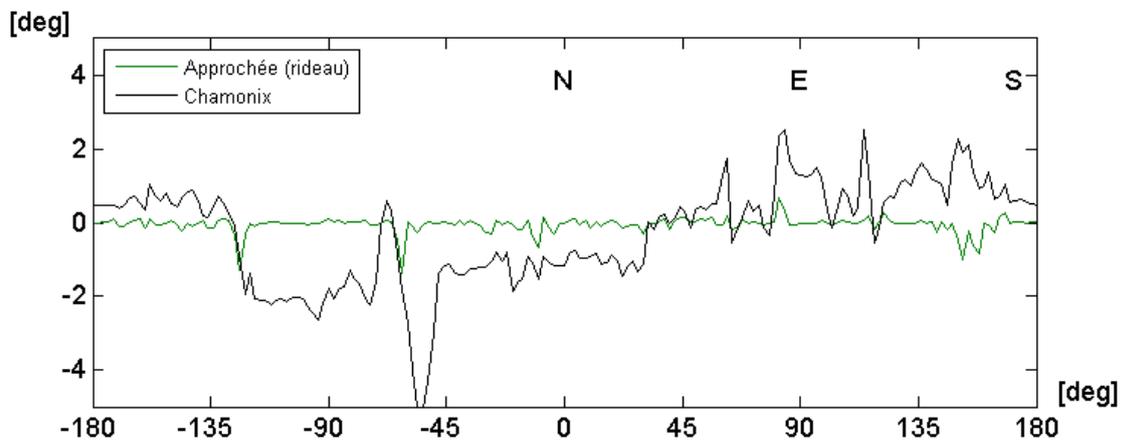


Figure 30: Erreurs d'angle d'élévation à 250m au Nord de Chamonix.

	Approchée (rideau)	Chamonix ¹⁵
max(<i>err</i>)	0.6863°	2.5402°
min(<i>err</i>)	-1.3765°	-5.3750°
mean(<i>err</i>)	-0.0501°	-0.2763°
mean(<i>err</i>)	0.1102°	1.1335°

Tableau 3: Comparatif des erreurs d'angle d'élévation à 250m au Nord de Chamonix.

¹⁵ Ligne de ciel calculée au centre de Chamonix

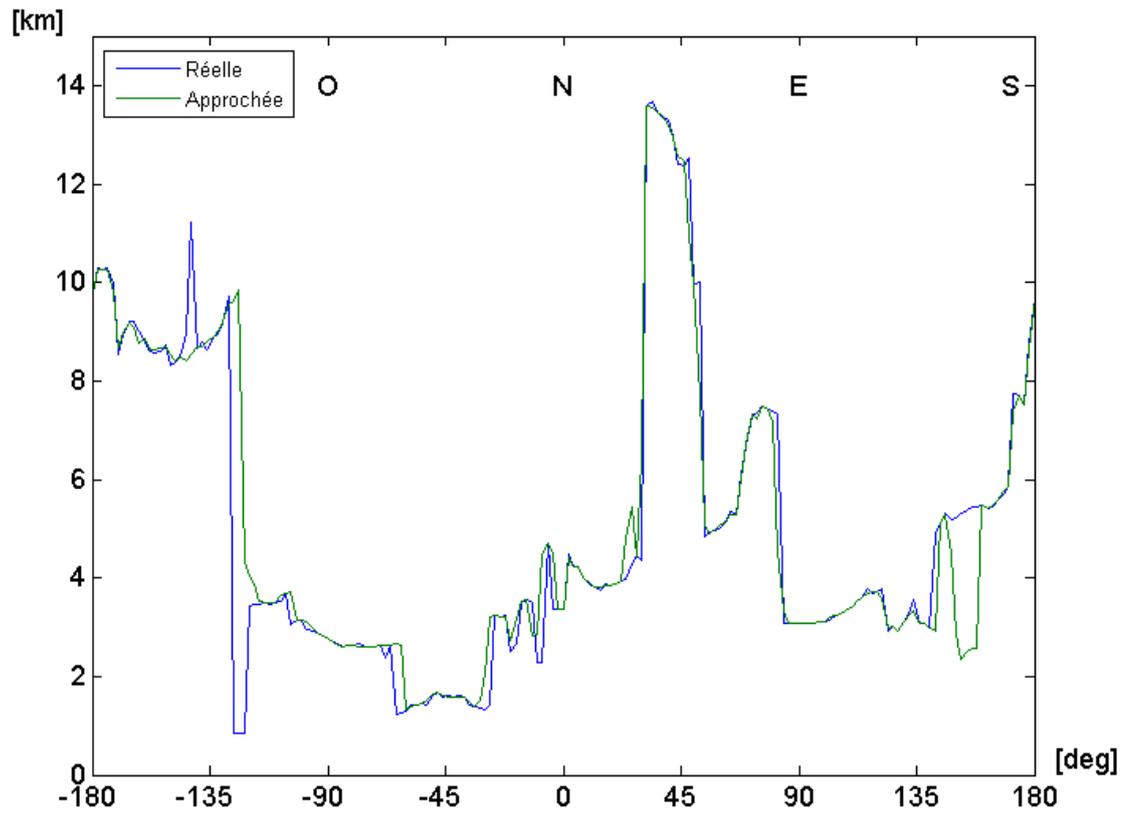


Figure 31: Distance entre le rideau et le point de vue à 250m au Nord de Chamonix.

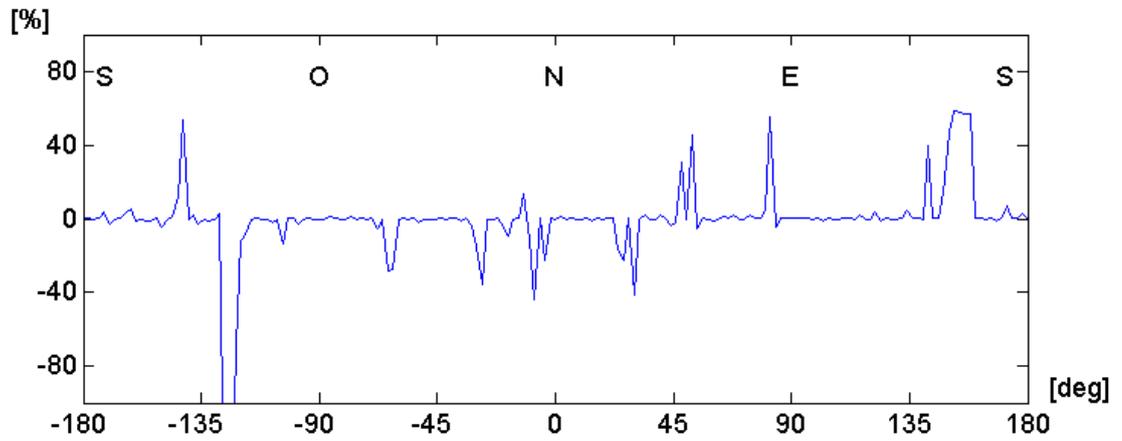


Figure 32: Différence de distances entre le rideau de Chamonix et le rideau calculé à 250m au Nord.

Cas S : 250m au Sud de Chamonix

	Approchée (rideau)	Chamonix
max(<i>err</i>)	0.3634°	3.8723°
min(<i>err</i>)	-2.1773°	-3.9772°
mean(<i>err</i>)	-0.0414°	0.0462°
mean(<i>err</i>)	0.0927°	1.0970°

Tableau 4: Comparatif des erreurs d'angle d'élévation à 250m au Sud de Chamonix.

Cas O : 250m à l'Ouest de Chamonix

	Approchée (rideau)	Chamonix
max(<i>err</i>)	0.4201°	2.3520°
min(<i>err</i>)	-1.5948°	-4.6435°
mean(<i>err</i>)	-0.0661°	-0.2258°
mean(<i>err</i>)	0.1255°	1.2711°

Tableau 5: Comparatif des erreurs d'angle d'élévation à 250m à l'Ouest de Chamonix.

Cas E : 250m à l'Est de Chamonix

	Approchée (rideau)	Chamonix
max(<i>err</i>)	0.4177°	3.8556°
min(<i>err</i>)	-0.7243°	-2.4360°
mean(<i>err</i>)	-0.0279°	0.0952°
mean(<i>err</i>)	0.0965°	1.2050°

Tableau 6: Comparatif des erreurs d'angle d'élévation à 250m à l'Est de Chamonix.

Conclusions relatives au modèle de Chamonix

Lorsque l'on utilise la ligne de ciel calculée au centre de Chamonix en un point situé à 250m du centre, l'erreur sur l'angle d'élévation est en moyenne supérieure au degré, avec des pics jusqu'à 5 degrés.

Cependant, lorsque l'on calcule la ligne de ciel à partir du rideau obtenu au centre de Chamonix, l'écart est très faible, avec une moyenne inférieure à 0.1 degré, soit 6 minutes. En outre, les valeurs extrêmes des écarts sont inférieures à 2 degrés. Elles sont très ponctuelles et correspondent à des sauts dans les distances ou à de grands écarts relatifs sur les distances entre le rideau et le point de vue.

Les erreurs sur l'angle d'élévation proviennent donc principalement du changement de position du point correspondant du rideau. Ainsi, lorsqu'on se rapproche du rideau, un objet vu initialement plus bas peut faire partie du nouveau rideau. Cet objet étant plus près que l'ancien rideau, la variation d'angle d'élévation due au déplacement longitudinal augmente. Cela induit la défaillance de la prédiction.

Si l'on se place à l'intérieur de la zone de confiance au centre de Chamonix, par exemple à 25m, on obtient une valeur absolue de l'erreur qui est en moyenne de l'ordre de 7 minutes, avec des pics jusqu'à 47 minutes, lorsque l'on utilise la ligne de ciel calculée au centre de Chamonix. La moyenne est bien inférieure au seuil de confiance, mais les pics dépassent celui-ci. Rappelons que la zone de confiance a été calculée en considérant que le rideau réel n'est pas modifié au cours du déplacement. Ceci n'est qu'une approximation qui est mise en défaut dès qu'une colline vient masquer une montagne.

Toujours à 25m du centre de Chamonix, lorsque l'on calcule la ligne de ciel à partir du rideau de Chamonix, la moyenne de l'écart chute en dessous de 3 minutes, avec des pics inférieurs à 20 minutes, ce qui est beaucoup plus proche du seuil de 15 minutes qui a servi à calculer la zone de confiance.

Pour conclure, à proximité directe d'un point d'intérêt, nous pouvons donc utiliser simplement la ligne de ciel calculée en ce point. Lorsque l'on s'en éloigne, il faudra dans un premier temps recalculer la ligne de ciel à partir du rideau obtenu au point d'intérêt. Dans un second temps, lorsque l'on s'éloigne davantage, il est conseillé de recalculer la ligne de ciel à partir du terrain naturel. Cette nouvelle ligne de ciel ainsi que le rideau correspondant peuvent alors être pris comme références aux alentours de ce nouveau point d'intérêt.

Autres applications

Centre de Tilff

Le modèle de terrain est un carré de 15km de côté, centré sur Tilff (50.569640° Nord 5.584240° Est) :

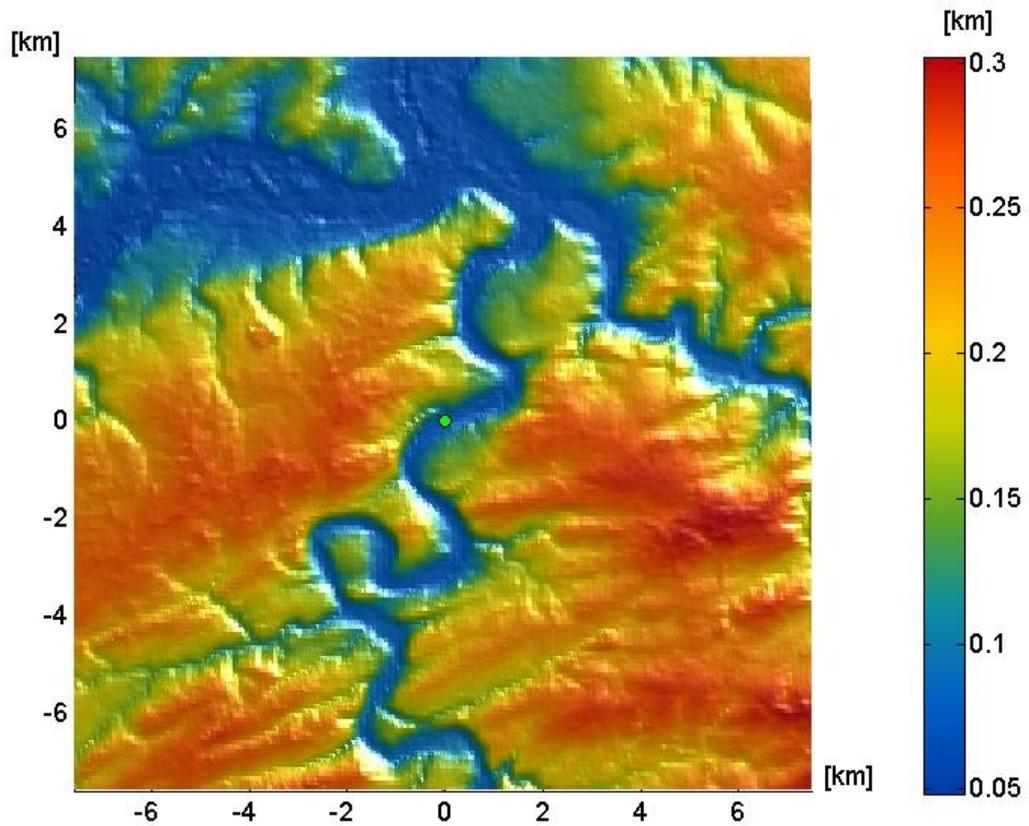


Figure 33: Modèle des environs de Tilff.

Point de vue : (0 ; 0 ; 78.52)

Distance minimale de zone de confiance longitudinale : 7.56 m

Distance minimale de zone de confiance transversale : 4.84 m

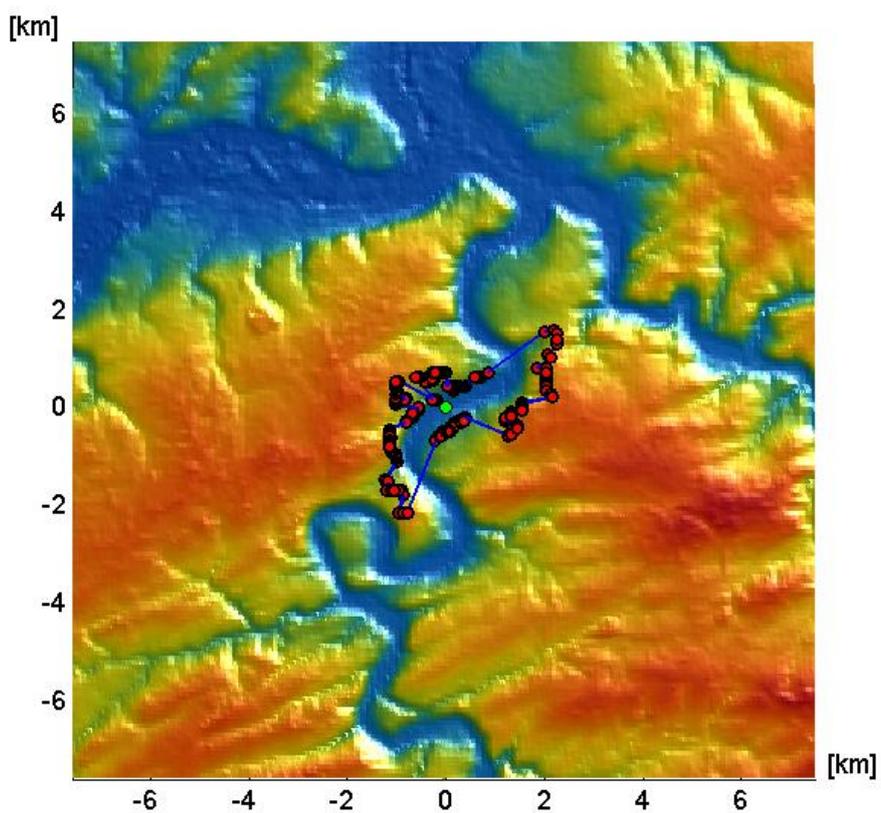


Figure 34: Rideau au centre de Tilff - vue 2D.

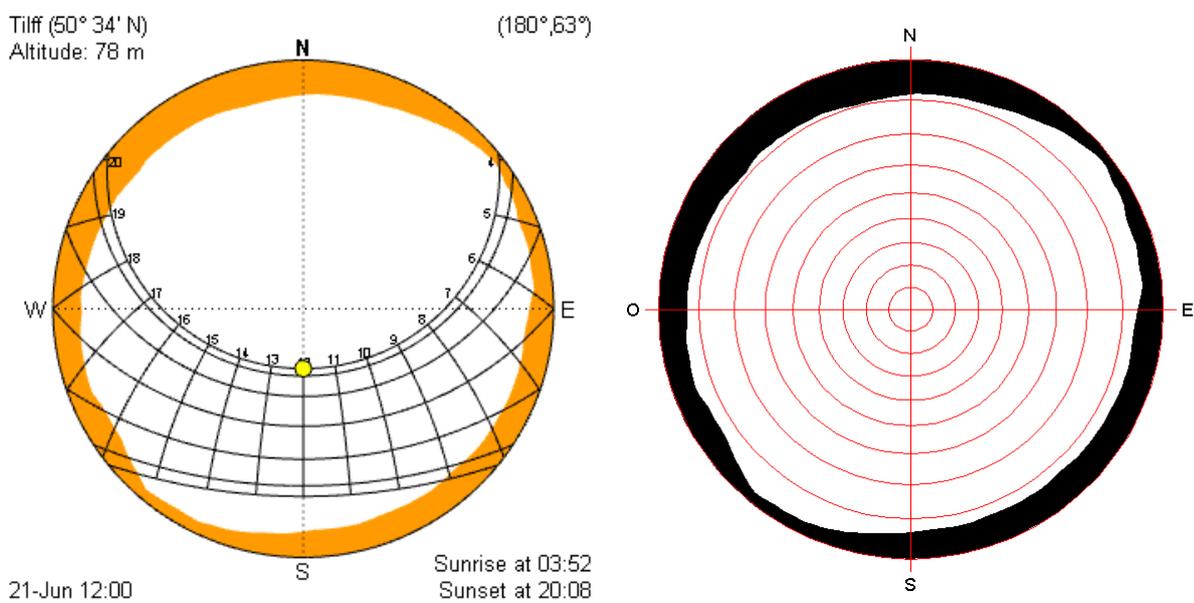


Figure 35: Stéréographie de Tilff avec trajectoires solaires et courbes de niveau des élévations (tous les 10°).

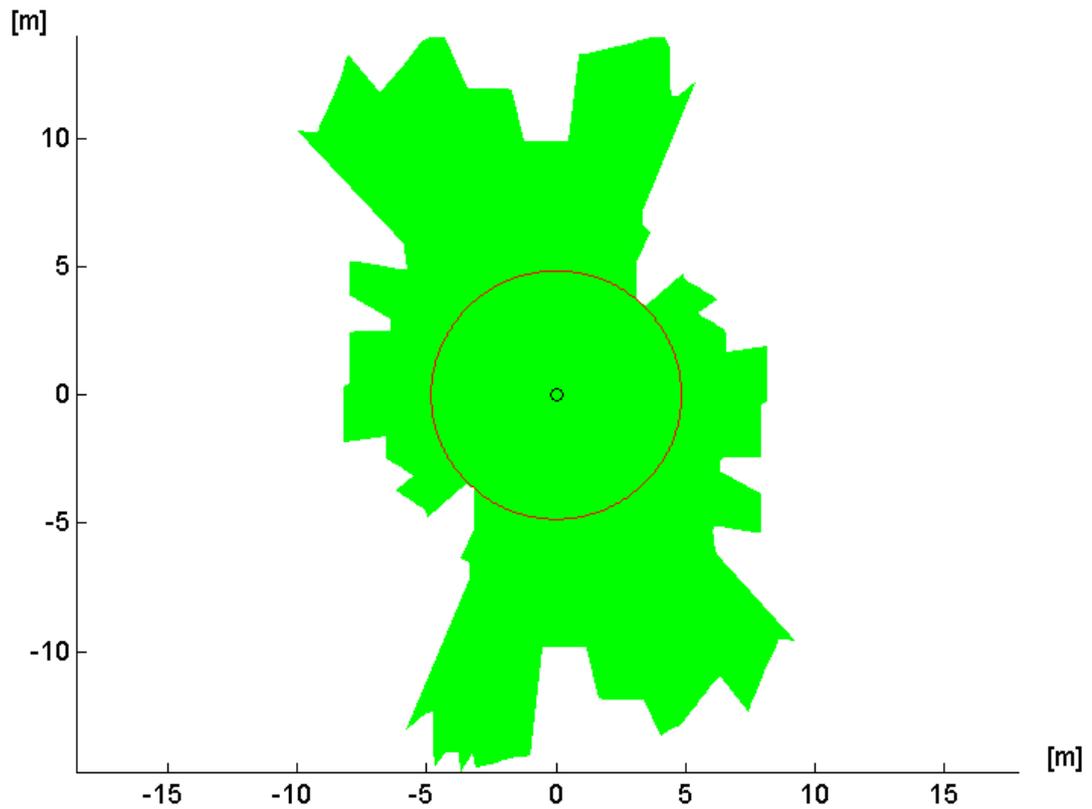


Figure 36: Zone de confiance globale au centre de Tilff.

Bien que Tilff semble fort encaissé, la ligne de ciel ne s'élève pas à plus de 10 degrés. Par contre, l'étréitesse de la vallée de l'Ourthe fait apparaître un rideau proche de l'observateur, et donc une zone de confiance transversale réduite (moins de 5 mètres).

Centre de Grenoble

Le modèle de terrain est un carré de 35km de côté, centré sur Grenoble (45.194276° Nord 5.731639° Est) :

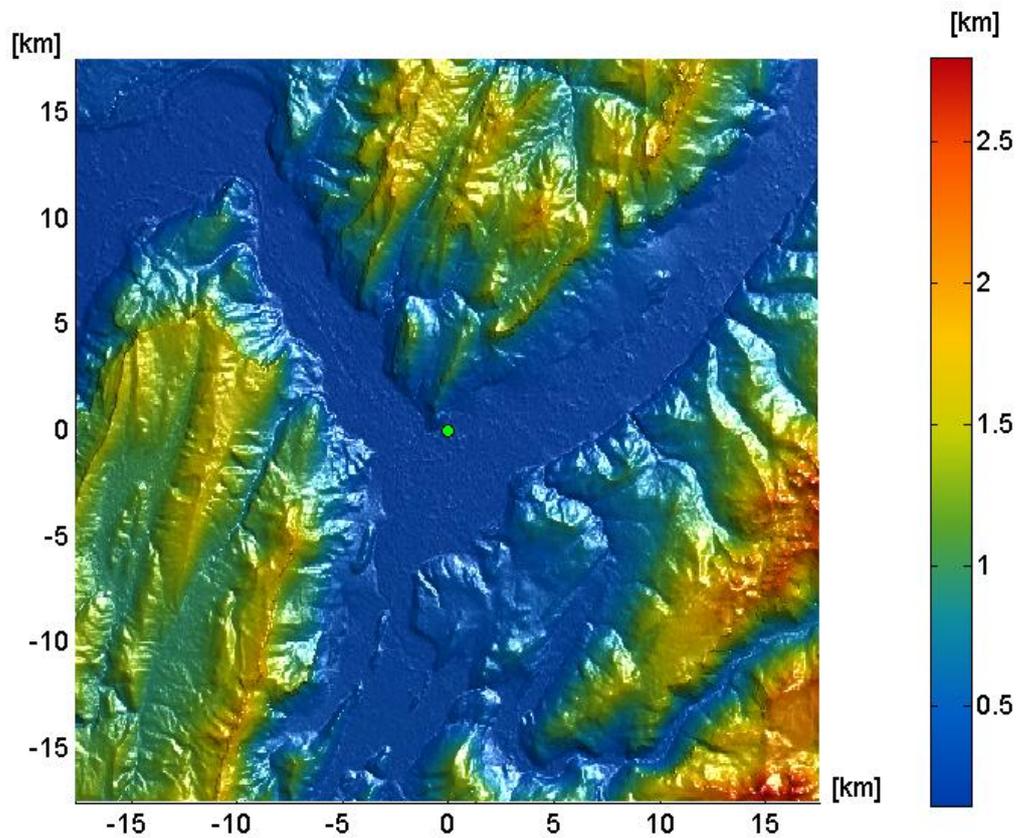


Figure 37: Modèle des environs de Grenoble.

Point de vue : (0 ; 0 ; 221.44)

Distance minimale de zone de confiance longitudinale : 9.32 m

Distance minimale de zone de confiance transversale : 10.14 m

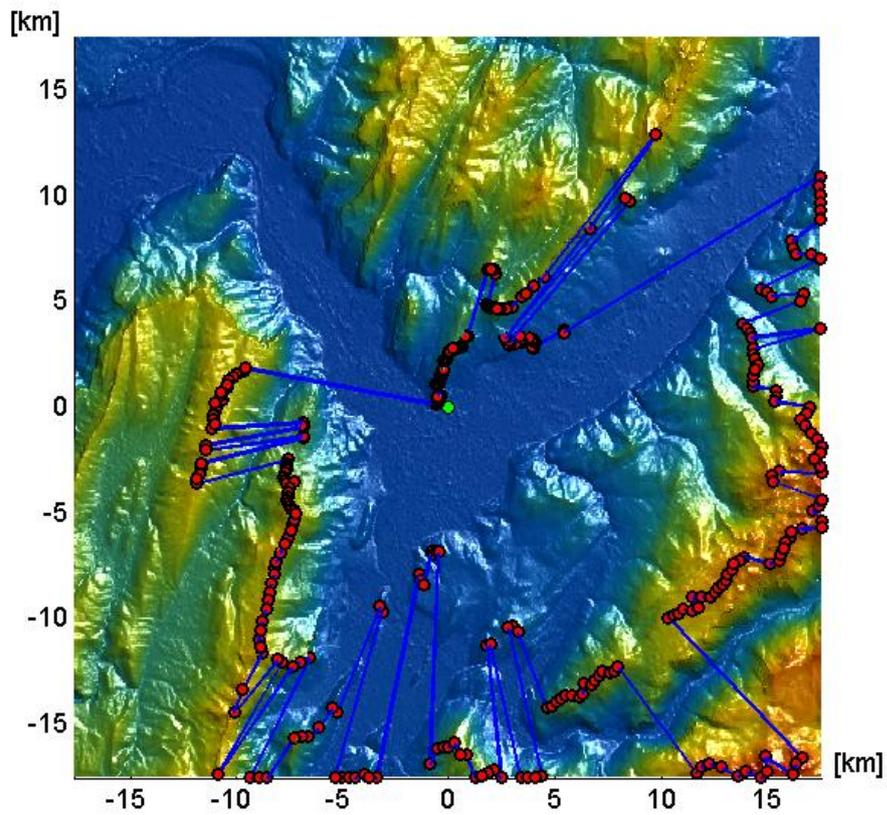


Figure 38: Rideau au centre de Grenoble - vue 2D.

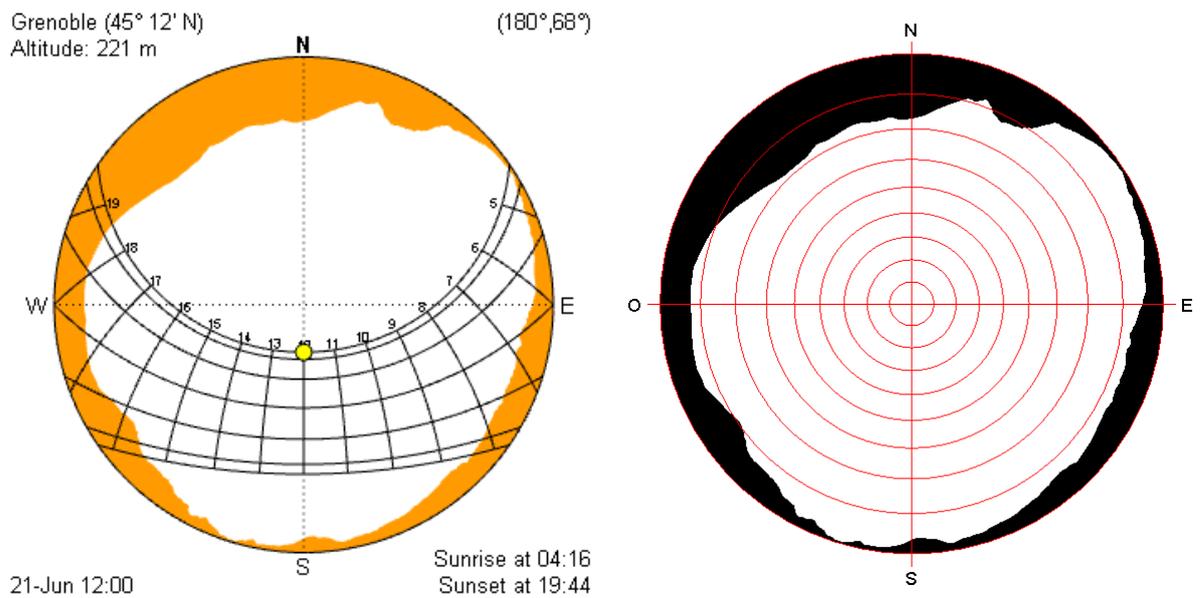


Figure 39: Stéréographie de Grenoble avec trajectoires solaires et courbes de niveau des élévations (tous les 10°).

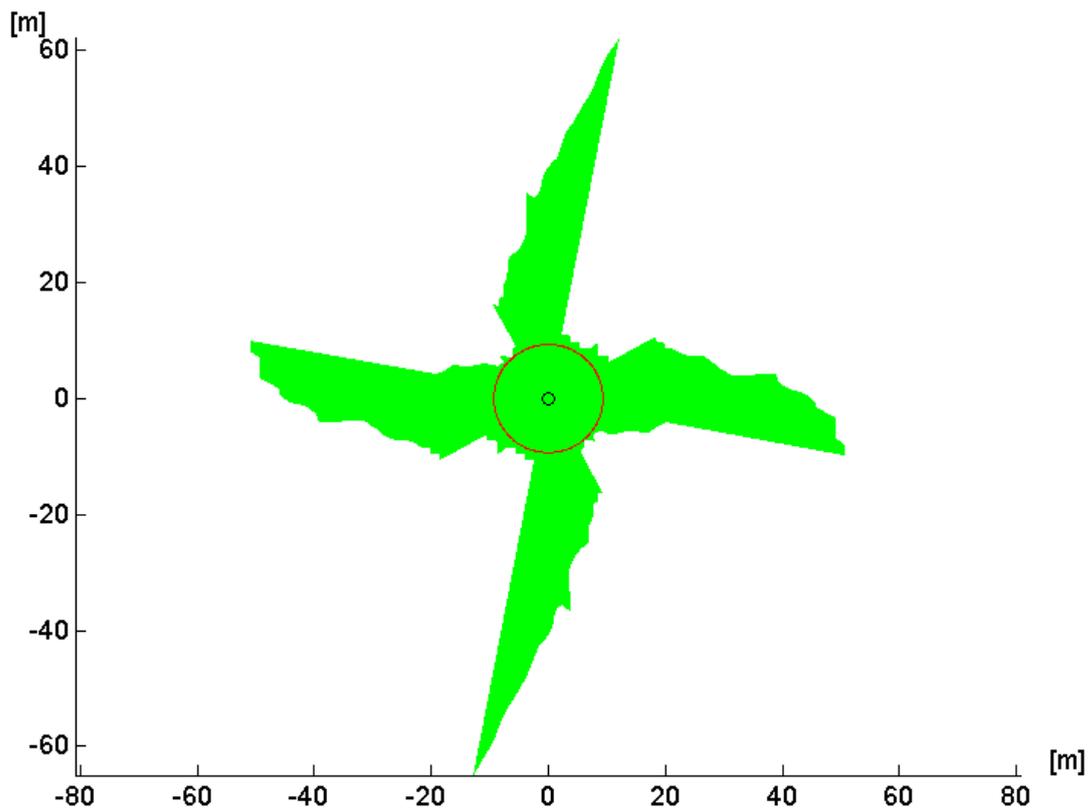


Figure 40: Zone de confiance globale au centre de Grenoble.

La position excentrée de Grenoble dans la vallée de l'Isère repousse le rideau à plus de 10 km vers l'Est, le Sud et l'Ouest alors qu'il n'est qu'à quelques centaines de mètres au Nord-Ouest. Cette proximité réduit le rayon de confiance global à moins de 10 mètres et fait s'élever la ligne de ciel à près de 20 degrés. Cependant, on peut voir sur la stéréographie que le soleil n'est presque jamais caché tant qu'il est à plus de 10 degrés au dessus de l'horizon.

Partie 2

Etude des bâtiments

OLIVIER COLLIN
9 SEPTEMBRE 2008

Table des matières

Importation de modèles STL	1
Le format STL.....	1
Importation	1
Coupe dans un bâtiment.....	3
Outil de coupe.....	3
Méthode.....	3
Variantes	6
Exemples de coupe de bâtiments	6
Maison à Turegano.....	6
Cathédrale Notre-Dame de Chartres	11
Maison Gaspar	12
Église Santa Maria de Barcelone	13
Calcul d'un facteur de ciel volumique.....	15
Facteur de ciel	15
Zone de travail.....	15
Cas test : le B52	17
Simple module, étage inférieur.....	19
Simple module, étage supérieur	23
Double module, étage inférieur	25
Double module, étage supérieur	27
Conclusions sur le B52.....	29
Applications dans les grand édifices	30
Église Santa Maria de Barcelone, style gothique catalan	30
Cathédrale Notre-Dame de Chartres, style gothique	33
Cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle, style roman	36
Comparaison des grands édifices.....	39
Conclusion sur les grands édifices.....	42
Etude de la sensibilité	43
Sensibilité vis-à-vis de la zone de travail	43
Sensibilité vis-à-vis du calcul du facteur de ciel	47
Annexes.....	A
Définitions des zones de travail	A
B52	A
Chartres.....	A
Santa-Maria.....	A
Saint-Jacques-de-Compostelle	A
Définitions des tranches d'analyse.	B
Logs	D
B52_1	D
B52_2	E
B52_3	F
B52_4	G

Chartres ~2m	H
Chartres ~1m	I
Chartres cut ~2m	J
Chartres cut ~0.5m	K
Santa-Maria	L
Santa-Maria 20	M
Santa-Maria 50	N
Santa-Maria 500	O
Saint-Jacques-de-Compostelle	P

Table des tableaux

Tableau 1: Définition de la zone de travail de l'église Santa Maria de Barcelone.	15
--	----

Table des Figures

Figure 1: Déclaration du format STL	1
Figure 2: Suppression des occurrences multiples des nœuds.....	1
Figure 3: Disparition des facettes trop fines.	2
Figure 4: Division du modèle en surfaces non jointives.	3
Figure 5: Rotation du modèle.....	3
Figure 6: Division du modèle en fonction de la position des facettes.	4
Figure 7: Progression de la coupe de proche en proche.	4
Figure 8: Assemblage des contours fermés.....	5
Figure 9: Création de nouvelles facettes.	5
Figure 10: Affichage du modèle coupé dans le repère d'origine.	5
Figure 11: Modèle complet de la maison à Turegano.....	6
Figure 12: Maison à Tugerano coupée suivant un plan XY (Z=5).	7
Figure 13: Maison à Turegano coupée suivant un plan XZ (Y=538.5).	7
Figure 14: Maison à Turegano coupée suivant un plan YZ (X=38.5).	8
Figure 15: Maison à Turegano coupée suivant un plan XZ (Y=538.5) affichée avec OpenGL.	8
Figure 16: Maison à Turegano coupée suivant un plan YZ (X=38.5) affichée avec OpenGL.	9
Figure 17: Problèmes d'affichage avec « zbuffer » - Sans ou avec coloriage des arêtes.	9
Figure 18: Correction de l'affichage avec « OpenGL ».	10
Figure 19: Modèle complet de la cathédrale Notre-Dame de Chartres.....	11
Figure 20: Différentes coupes de la cathédrale Notre-Dame de Chartres.....	11
Figure 21: Modèle complet de la Maison Gaspar.	12
Figure 22: Différentes coupes de la Maison Gaspar.....	12
Figure 23: Modèle complet de l'église Santa Maria de Barcelone.....	13
Figure 24: Différentes coupes de l'église Santa Maria de Barcelone.....	13
Figure 25: Définition de la zone de travail de l'église Santa Maria de Barcelone.	16
Figure 26: Modèle du bâtiment B52.....	17
Figure 27: Plans des deux étages.....	18
Figure 28: Zone de travail pour le simple module de l'étage inférieur.	19
Figure 29: Isosurface de 5% pour le simple module de l'étage inférieur.....	19
Figure 30: Coupes pour le simple module de l'étage inférieur.	20
Figure 31: Coupes avec échelle de couleur de 0 à 5% pour le simple module de l'étage inférieur.....	20

Figure 32: Histogramme d'occurrence pour le simple module de l'étage inférieur.21

Figure 33: Evolution des valeurs de facteur de ciel pour le simple module de l'étage inférieur.....22

Figure 34: Zone de travail pour le simple module de l'étage supérieur.23

Figure 35: Isosurface de 5% pour le simple module de l'étage supérieur.23

Figure 36: Coupes avec échelle de couleur de 0 à 5% pour le simple module de l'étage supérieur.23

Figure 37: Histogramme d'occurrence pour le simple module de l'étage supérieur.24

Figure 38: Evolution des valeurs de facteur de ciel pour le simple module de l'étage supérieur.24

Figure 39: Zone de travail pour le double module de l'étage inférieur.25

Figure 40: Isosurface de 5% pour le double module de l'étage inférieur.25

Figure 41: Coupes avec échelle de couleur de 0 à 5% pour le double module de l'étage inférieur.25

Figure 42: Histogramme d'occurrence pour le double module de l'étage inférieur.26

Figure 43: Evolution des valeurs de facteur de ciel pour le double module de l'étage inférieur.26

Figure 44: Zone de travail pour le double module de l'étage supérieur.....27

Figure 45: Isosurface de 5% pour le double module de l'étage supérieur.27

Figure 46: Coupes avec échelle de couleur de 0 à 5% pour le double module de l'étage supérieur. ...27

Figure 47: Histogramme d'occurrence pour le double module de l'étage supérieur.....28

Figure 48: Evolution des valeurs de facteur de ciel pour le double module de l'étage supérieur.28

Figure 49: Modèle de l'église Santa Maria de Barcelone.....30

Figure 50: Zone de travail de l'église Santa Maria de Barcelone.....30

Figure 51: Isosurface à 5% de l'église Santa Maria de Barcelone.....30

Figure 52: Coupes pour l'église Santa Maria de Barcelone.....31

Figure 53: Histogramme d'occurrence pour l'église Santa Maria de Barcelone.....32

Figure 54: Evolution des valeurs de facteur de ciel pour l'église Santa Maria de Barcelone.32

Figure 55: Modèle de la cathédrale Notre-Dame de Chartres.....33

Figure 56: Zone de travail de la cathédrale Notre-Dame de Chartres.....33

Figure 57: Isosurface à 5% de la cathédrale Notre-Dame de Chartres.....33

Figure 58: Coupes pour la cathédrale Notre-Dame de Chartres.....34

Figure 59: Histogramme d'occurrence pour la cathédrale Notre-Dame de Chartres.....35

Figure 60: Evolution des valeurs de facteur de ciel pour la cathédrale Notre-Dame de Chartres.35

Figure 61: Modèle de la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.....36

Figure 62: Zone de travail de la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.36

Figure 63: Isosurface à 5% de la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.36

Figure 64: Coupes pour la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.....37

Figure 65: Histogramme d'occurrence pour la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.....38

Figure 66: Evolution des valeurs de facteur de ciel pour la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.38

Figure 67: Coupes 0-10% pour la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.....39

Figure 68: Coupes 0-10% pour l'église Santa Maria de Barcelone.....39

Figure 69: Coupes 0-10% pour la cathédrale Notre-Dame de Chartres.39

Figure 70: Histogramme d'occurrence 0-10% pour la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle...40

Figure 71: Histogramme d'occurrence 0-10% pour l'église Santa Maria de Barcelone.....40

Figure 72: Histogramme d'occurrence 0-10% pour la cathédrale Notre-Dame de Chartres.....40

Figure 73: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-10% pour la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.41

Figure 74: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-10% pour l'église Santa Maria de Barcelone.41

Figure 75: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-10% pour la cathédrale Notre-Dame de Chartres.....41

Figure 76: Zone de travail complète de la cathédrale Notre-Dame de Chartres sur une grille composée de cellules d'environ 2m de côté [Chartres ~2m].....	43
Figure 77: Zone de travail complète de la cathédrale Notre-Dame de Chartres sur une grille composée de cellules d'environ 1m de côté [Chartres ~1m].....	43
Figure 78: Plan médian de la zone de travail de la cathédrale Notre-Dame de Chartres sur une grille composée de cellules d'environ 2m de côté [Chartres cut ~2m].....	43
Figure 79: Plan médian de la zone de travail de la cathédrale Notre-Dame de Chartres sur une grille composée de cellules d'environ 0.5m de côté [Chartres cut ~0.5m].....	43
Figure 80: Coupes 0-15% pour [Chartres ~2m].	44
Figure 81: Coupes 0-15% pour [Chartres ~1m].	44
Figure 82: Coupe 0-15% pour [Chartres cut ~2m].....	44
Figure 83: Coupe 0-15% pour [Chartres cut ~0.5m].....	44
Figure 84: Histogramme d'occurrence 0-15% pour [Chartres ~2m].	45
Figure 85: Histogramme d'occurrence 0-15% pour [Chartres ~1m].	45
Figure 86: Histogramme d'occurrence 0-15% pour [Chartres cut ~2m].	45
Figure 87: Histogramme d'occurrence 0-15% pour [Chartres cut ~0.5m].	45
Figure 88: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-15% pour [Chartres ~2m].	46
Figure 89: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-15% pour [Chartres ~1m].	46
Figure 90: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-15% pour [Chartres cut ~2m].	46
Figure 91: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-15% pour [Chartres cut ~0.5m].	46
Figure 92: Coupes 0-5% pour l'église Santa Maria de Barcelone avec une grille de 20x20 [Santa-Maria 20].....	47
Figure 93: Coupes 0-5% pour l'église Santa Maria de Barcelone avec une grille de 50x50 [Santa-Maria 50].....	47
Figure 94: Coupes 0-5% pour l'église Santa Maria de Barcelone avec une grille de 100x100 [Santa-Maria].....	47
Figure 95: Coupes 0-5% pour l'église Santa Maria de Barcelone avec une grille de 500x500 [Santa-Maria 500].....	47
Figure 96: Histogramme d'occurrence 0-5% pour [Santa-Maria 20].	48
Figure 97: Histogramme d'occurrence 0-5% pour [Santa-Maria 50].	48
Figure 98: Histogramme d'occurrence 0-5% pour [Santa-Maria].	48
Figure 99: Histogramme d'occurrence 0-5% pour [Santa-Maria 500].	48
Figure 100: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-5% pour [Santa-Maria 20].	49
Figure 101: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-5% pour [Santa-Maria 50].	49
Figure 102: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-5% pour [Santa-Maria].	49
Figure 103: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-5% pour [Santa-Maria 500].	49
Figure 104: Tranches d'analyse de l'étage inférieur du bâtiment B52 (B52_1 et B52_3).....	B
Figure 105: Tranches d'analyse de l'étage supérieur du bâtiment B52 (B52_2 et B52_4).	B
Figure 106: Tranches d'analyse de la cathédrale Notre-Dame de Chartres.....	C
Figure 107: Tranches d'analyse de l'église Santa Maria de Barcelone.....	C
Figure 108: Tranches d'analyse de la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.....	C

Importation de modèles STL

Le format STL

A l'origine, le format de fichier STL provient de la stéréolithographie. Il permet de décrire la géométrie de surface d'un objet tridimensionnel. Sachant que toute surface peut être approchée par une série de facettes triangulaires, le format STL décrit chacune de ces facettes par une de ses normales et les coordonnées de chacun de ses nœuds.¹

Chaque déclaration de facette est donc du type :

```
facet normal n1 n2 n3
  outer loop
    vertex x1 y1 z1
    vertex x2 y2 z2
    vertex x3 y3 z3
  endloop
endfacet
```

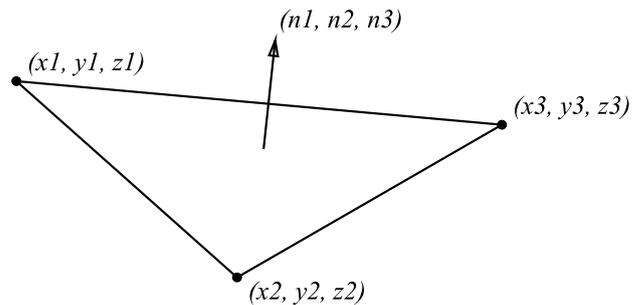


Figure 1: Déclaration du format STL.

Importation

On constate que ce format est fortement redondant. En effet, au niveau même d'une facette, la normale peut aisément être calculée à partir des coordonnées des nœuds. De plus, chaque nœud est déclaré autant de fois qu'il est utilisé. Bien que cette redondance puisse être bénéfique dans le cadre de la stéréolithographie, elle n'est d'aucune utilité lorsqu'il s'agit d'étudier le modèle représenté.

Lors de l'importation, les normales ne sont pas utilisées. Au besoin, elles seront recalculées à partir des nœuds. Les occurrences multiples d'un même nœud sont supprimées afin de ne garder que le strict minimum d'information. De plus, afin d'éviter les problèmes éventuels d'arrondi, les nœuds séparés d'un très petit intervalle sont considérés comme identiques. Cet intervalle peut être ajusté en fonction de la taille des détails du modèle. Cela permet également de négliger des détails trop petits.

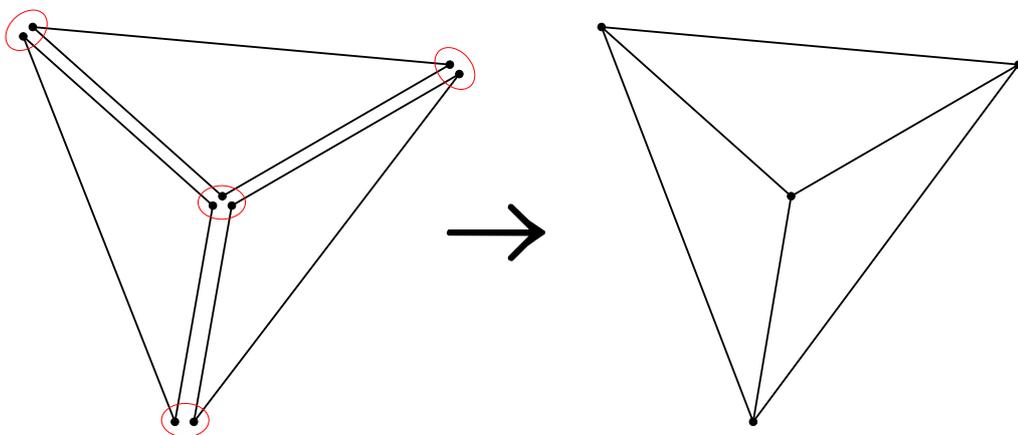


Figure 2: Suppression des occurrences multiples des nœuds.

¹ Wikipedia : [http://fr.wikipedia.org/wiki/STL_\(format\)](http://fr.wikipedia.org/wiki/STL_(format))

Le modèle est alors stocké dans un format plus orienté *éléments finis*, c'est-à-dire dans deux tableaux. Le premier reprend les coordonnées de chacun des nœuds, le second liste les triplets de nœuds correspondant à chaque facette :

$$\text{vertices} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \\ x_5 & y_5 & z_5 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \qquad \text{faces} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Lors du regroupement des nœuds, deux sommets d'une facette très fine peuvent être confondus. Le cas échéant, cette facette est supprimée de la liste. Cela revient à négliger le détail qu'elle permettait de représenter :

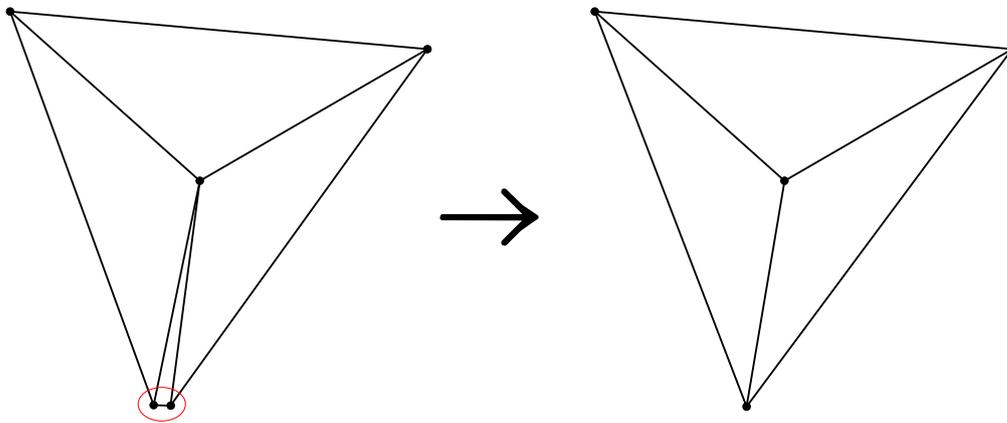


Figure 3: Disparition des facettes trop fines.

Coupe dans un bâtiment

Outil de coupe

A partir du modèle éléments finis surfacique que l'on a obtenu après importation, il est possible de déterminer le périmètre d'une coupe plane quelconque du bâtiment. Il est également possible de couper la surface et de ne garder que la partie située d'un seul côté du plan de coupe. Ces coupes permettent de mieux apprécier la structure interne du bâtiment.

Méthode

Tout d'abord, le modèle est séparé suivant des surfaces non jointives afin de faciliter les recherches de voisinage et d'éviter la fusion de contours de coupe provenant de surfaces différentes.

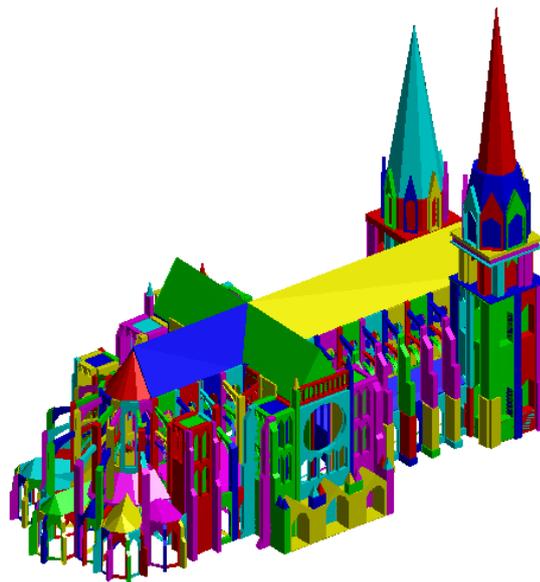


Figure 4: Division du modèle en surfaces non jointives.

Ensuite, l'ensemble des points du modèle subit une rotation afin de faire coïncider le plan de coupe avec un plan parallèle au plan XY.

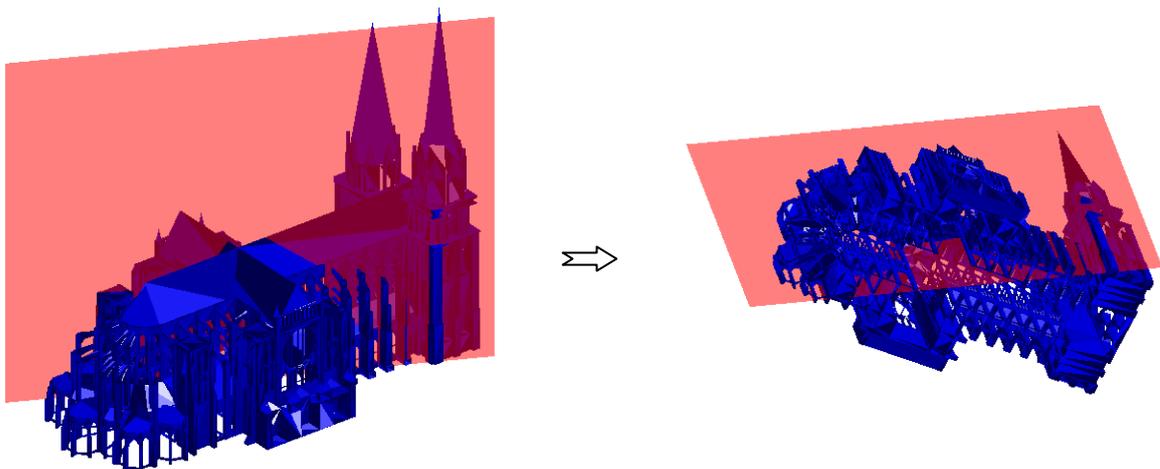


Figure 5: Rotation du modèle.

Puis, l'ensemble des facettes de chaque surface est réparti en trois groupes :

1. les facettes entièrement situées au dessus du plan,
2. les facettes étant en contact avec le plan ou coupées par le plan,
3. les facettes entièrement situées en dessous du plan.

Les facettes situées au dessus et en dessous du plan sont écartées pour la suite du calcul de la coupe.

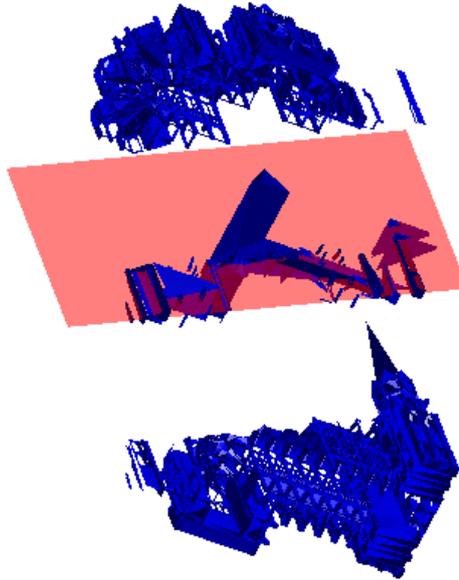


Figure 6: Division du modèle en fonction de la position des facettes.

On détermine ensuite les différents points de coupe sur les arêtes des facettes du second groupe. Le périmètre, ou contour, de coupe est ainsi déterminé de proche en proche en passant d'une facette à sa voisine directe n'ayant pas encore été coupée.

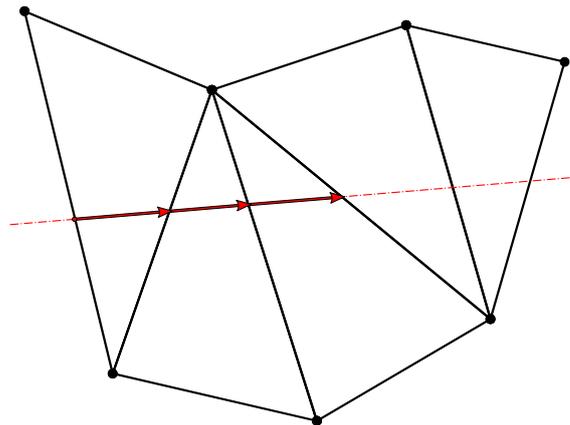


Figure 7: Progression de la coupe de proche en proche.

Les contours fermés peuvent alors être assemblés afin de former des surfaces de coupe contenant des trous.

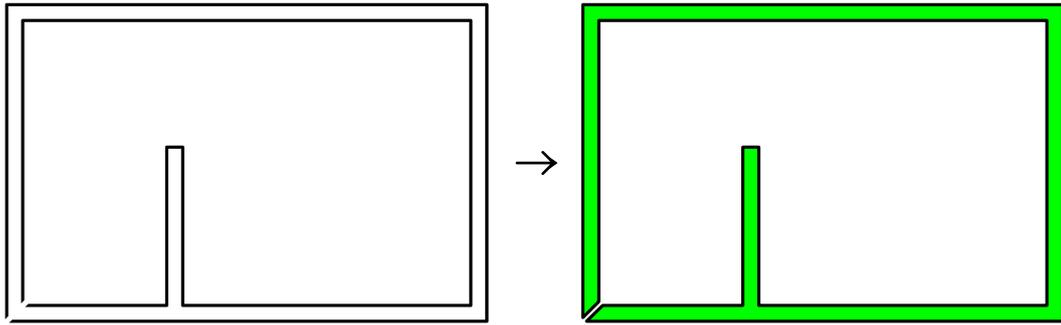


Figure 8: Assemblage des contours fermés.

En parallèle avec la recherche du périmètre, les facettes concernées sont découpées afin de ne garder que leur partie située en dessous du plan. De nouvelles facettes sont alors formées à partir des points de coupe.

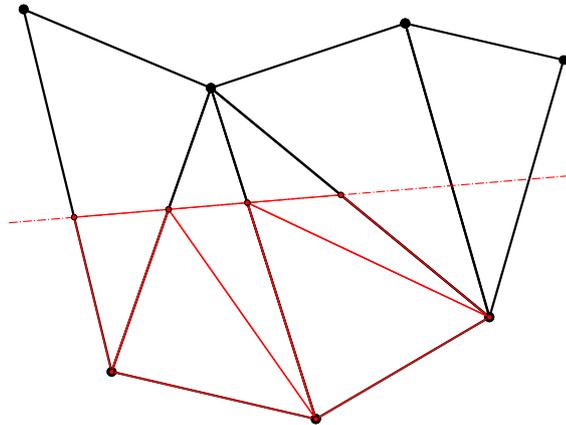


Figure 9: Création de nouvelles facettes.

Enfin, les différents points de coupe subissent une nouvelle rotation afin de les ramener dans le repère d'origine.

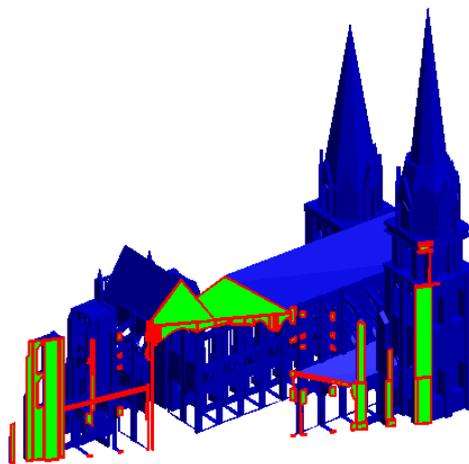


Figure 10: Affichage du modèle coupé dans le repère d'origine.

Variantes

La méthode qui a été présentée ci-dessus est la méthode générale. Cependant, l'utilisateur peut décider de la modifier légèrement.

Tout d'abord, il peut choisir de ne pas distinguer les surfaces non jointives. En effet, dans certains cas, la gestion des différentes surfaces est plus lourde que la recherche de voisinage.

Ensuite, il est possible de ne pas tenir compte du voisinage et de couper indépendamment chacune des facettes. Cela peut être utile si l'on ne désire utiliser que les segments de coupe et non le périmètre dans son entièreté.

Suivant le même principe, il peut ne pas être nécessaire de rassembler les contours si l'on ne s'intéresse qu'au périmètre et non à la section.

Indépendamment de cela, l'utilisateur peut choisir de ne calculer que le contour de coupe, ou que les nouvelles facettes.

Exemples de coupe de bâtiments

Les modèles utilisés ont été mis à notre disposition par l'intermédiaire de Messieurs Luc Masset et Pierre Beckers tout au long de la présente étude.

Maison à Turegano

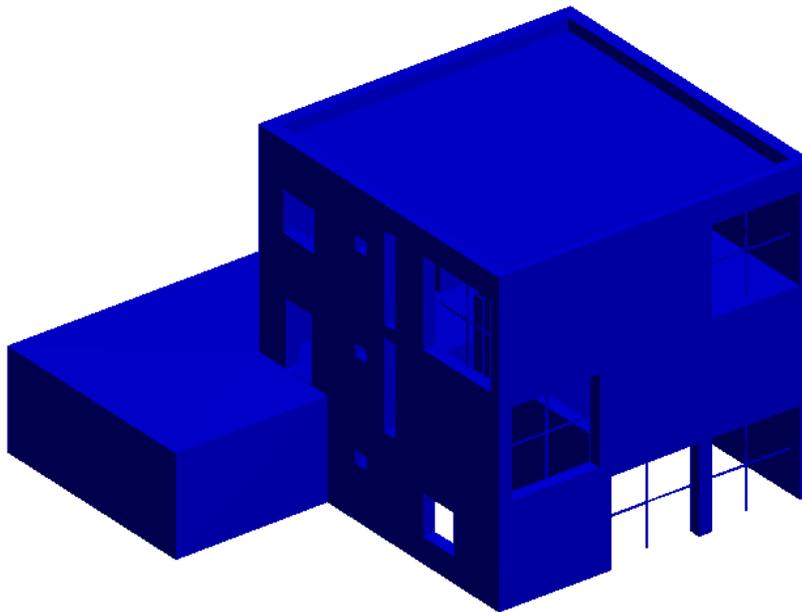


Figure 11: Modèle complet de la maison à Turegano.

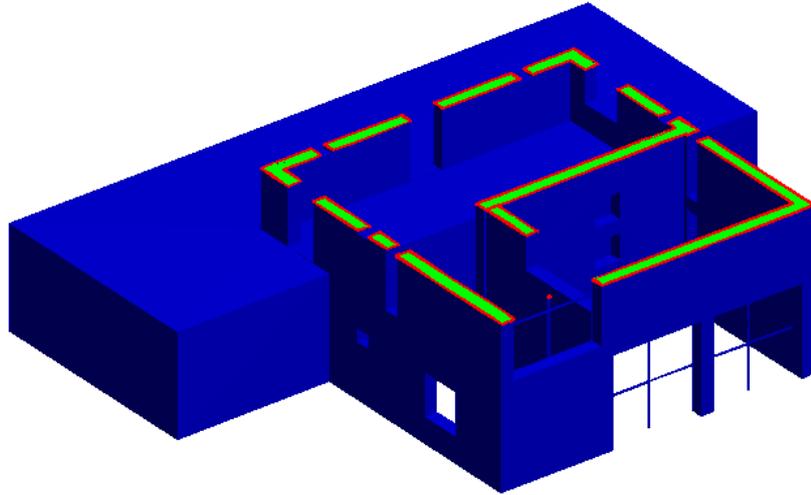


Figure 12: Maison à Tugerano coupée suivant un plan XY (Z=5).

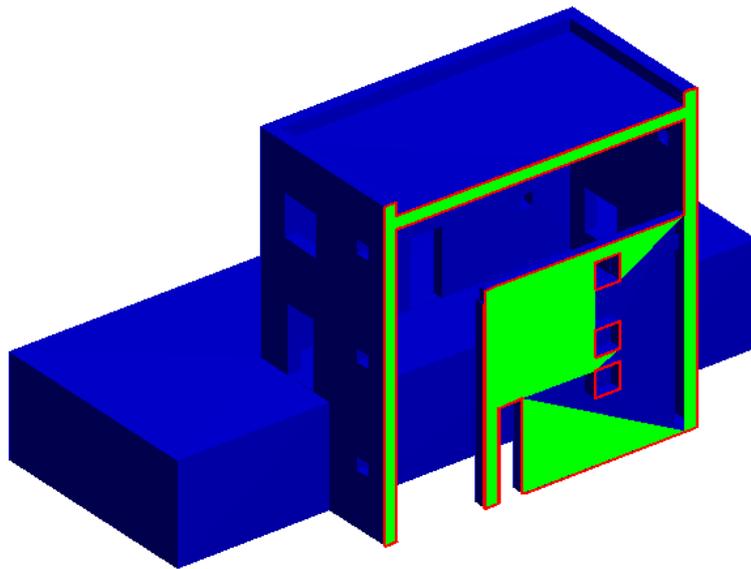


Figure 13: Maison à Turegano coupée suivant un plan XZ (Y=538.5).

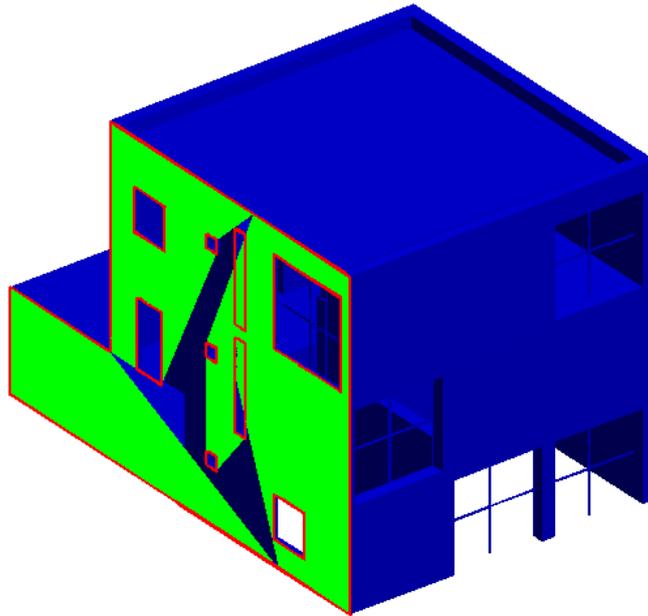


Figure 14: Maison à Turegano coupée suivant un plan YZ ($X=38.5$).

Dans la Figure 13 ainsi que dans la Figure 14, on remarque que le remplissage de la section n'est pas correct. On pourrait croire que l'assemblage des différents contours a échoué. Cependant, il n'en est rien. En effet, c'est le mode de rendu « zbuffer » de MATLAB qui ne parvient pas à remplir les contours compliqués. Si l'on utilise le mode de rendu « OpenGL », le remplissage est correct, comme on peut le voir sur la Figure 15 et la Figure 16. Malheureusement, ce mode de rendu éclaire mal les facettes lorsque le modèle est chargé à partir de la liste de ses nœuds et de celle de ses facettes. Il s'agit néanmoins du moyen le plus direct pour l'affichage étant donné qu'il utilise notre moyen de stockage du modèle. Il est réalisé avec une commande du type :

```
patch('vertices',vertices_matrix,'faces',faces_matrix);
```

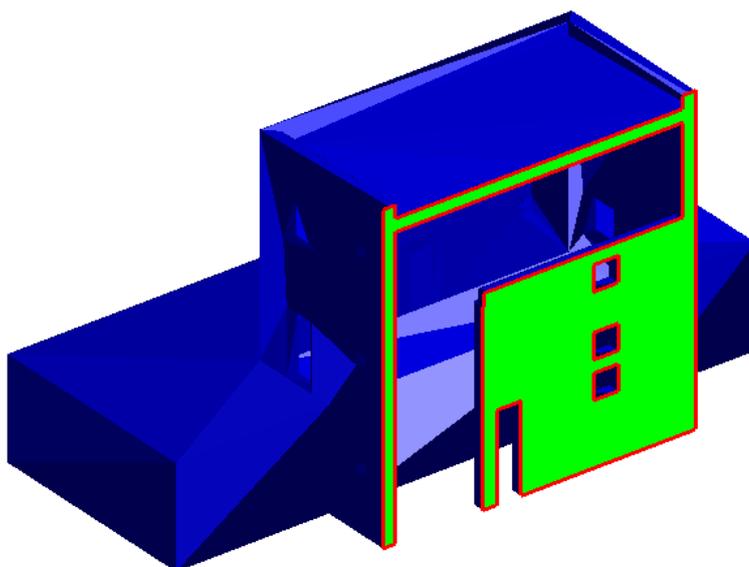


Figure 15: Maison à Turegano coupée suivant un plan XZ ($Y=538.5$) affichée avec OpenGL.

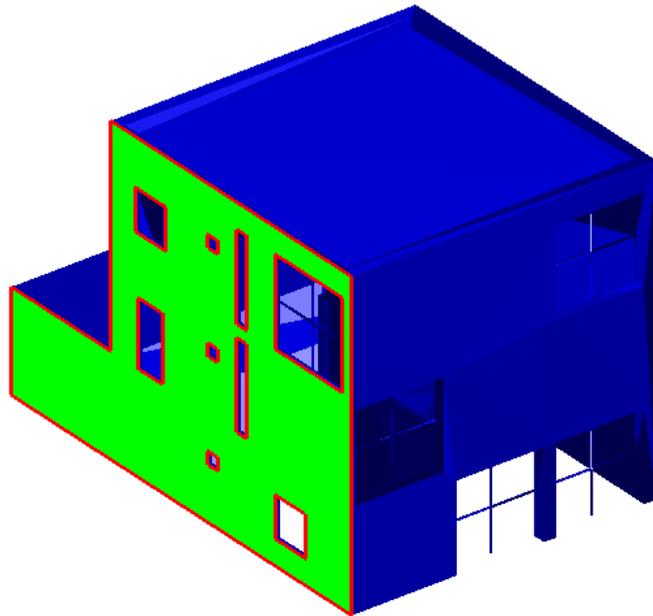


Figure 16: Maison à Turegano coupée suivant un plan YZ ($X=38.5$) affichée avec OpenGL.

Afin d'utiliser le rendu « zbuffer » avec l'illumination « flat », nous devons facettiser la section de coupe. Cela peut se faire en réalisant des opérations booléennes sur les polygones primaires. Malheureusement, cela prend trois fois plus de temps que de regrouper les contours. De plus, il persiste de légers problèmes d'affichage. En effet, l'arrière-plan peut être vu entre deux facettes adjacentes lorsque les arêtes sont laissées transparentes, tandis qu'il y a débordement sur le contour mis en surimpression lorsque les arêtes sont coloriées.

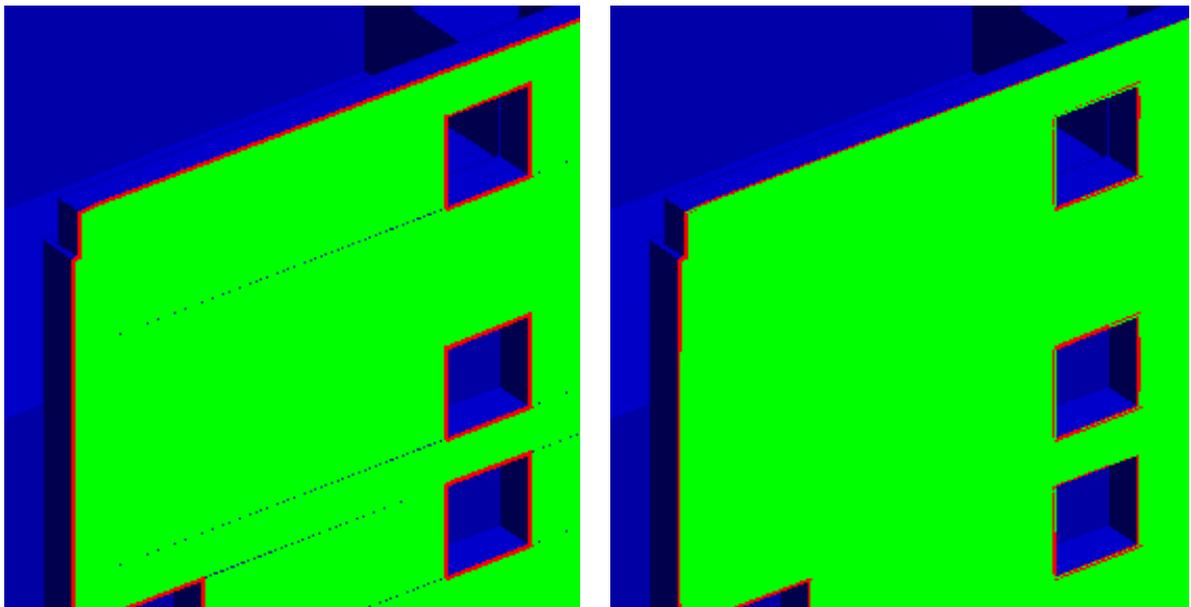


Figure 17: Problèmes d'affichage avec « zbuffer » - Sans ou avec coloriage des arêtes.

Si l'on désire utiliser le rendu « OpenGL » et obtenir la même illumination qu'avec le « zbuffer », il faut modifier la méthode de chargement du modèle en renseignant les paramètres *XData*, *YData*, et *ZData* de l'objet *patch*. Cela se réalise à l'aide des commandes suivantes :

```
p=patch('vertices',vertices_matrix,'faces',faces_matrix);  
p_xdata=get(p,'XData');  
p_ydata=get(p,'YData');  
p_zdata=get(p,'ZData');  
set(p,'XData',p_xdata,'YData',p_ydata,'ZData',p_zdata);
```

Les réarrangements effectués en interne par Matlab permettent l'affichage correct des facettes, comme on peut le voir sur les Figures suivantes :

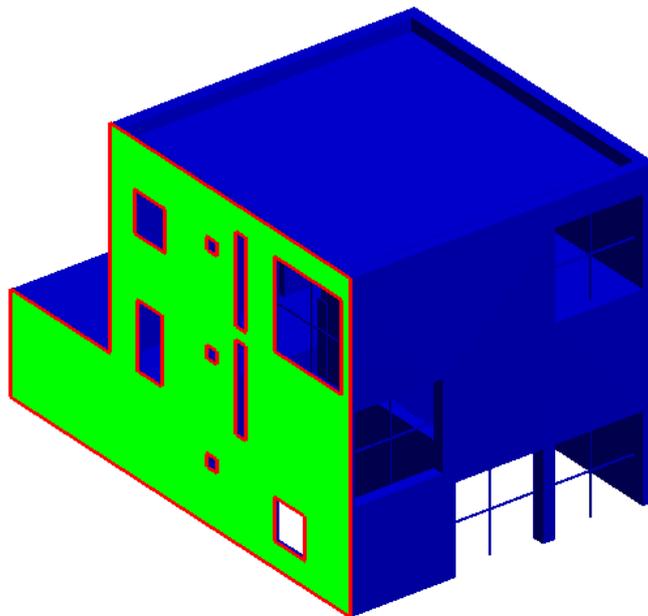
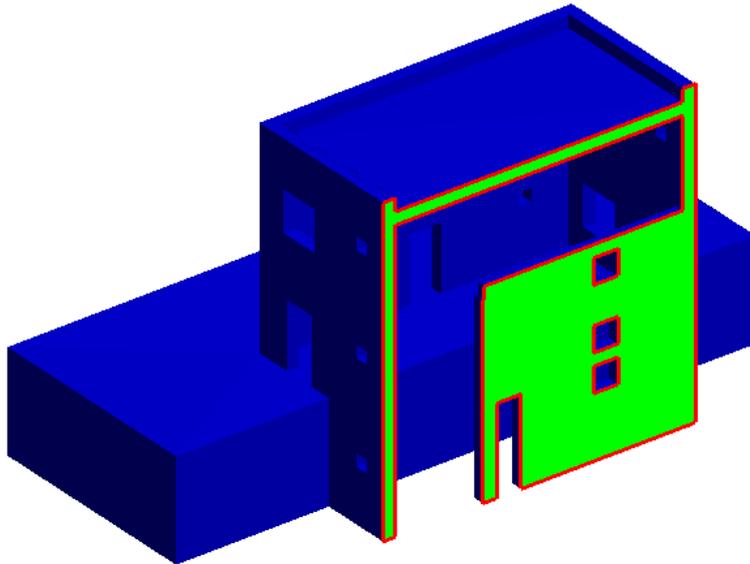


Figure 18: Correction de l'affichage avec « OpenGL ».

Cathédrale Notre-Dame de Chartres

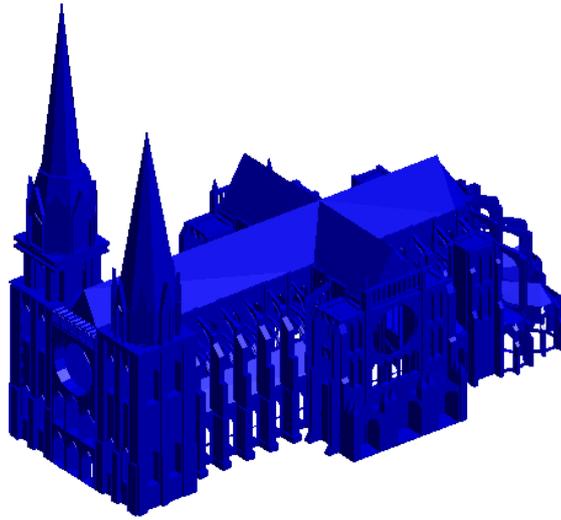


Figure 19: Modèle complet de la cathédrale Notre-Dame de Chartres.

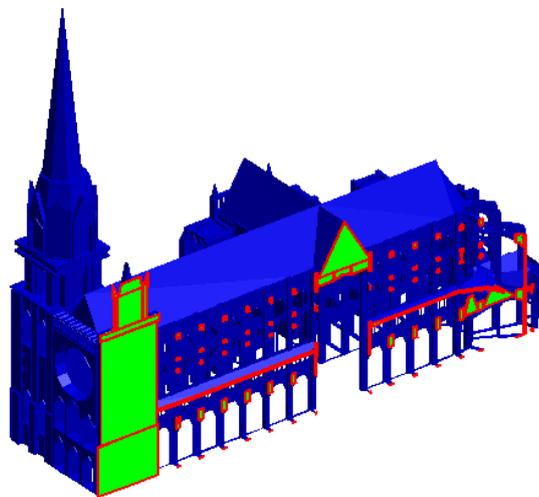
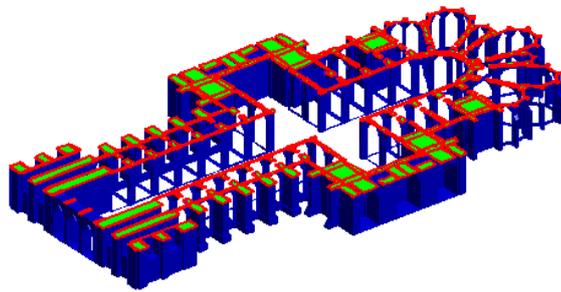


Figure 20: Différentes coupes de la cathédrale Notre-Dame de Chartres.

Maison Gaspar

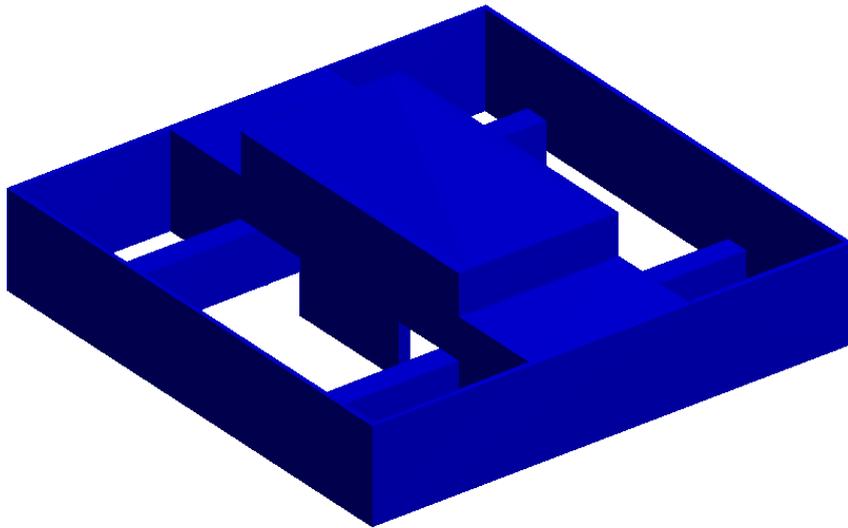


Figure 21: Modèle complet de la Maison Gaspar.

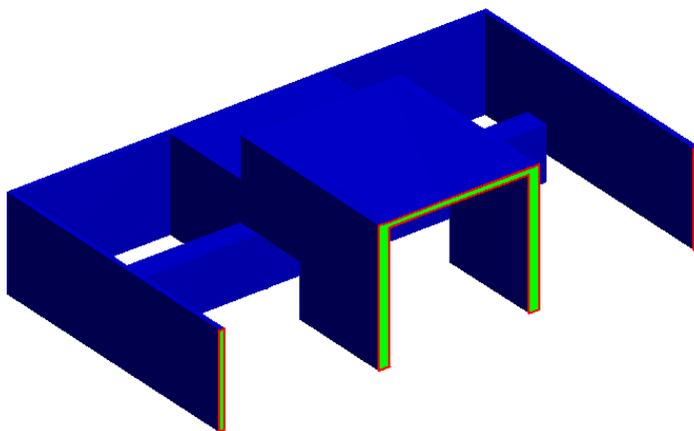
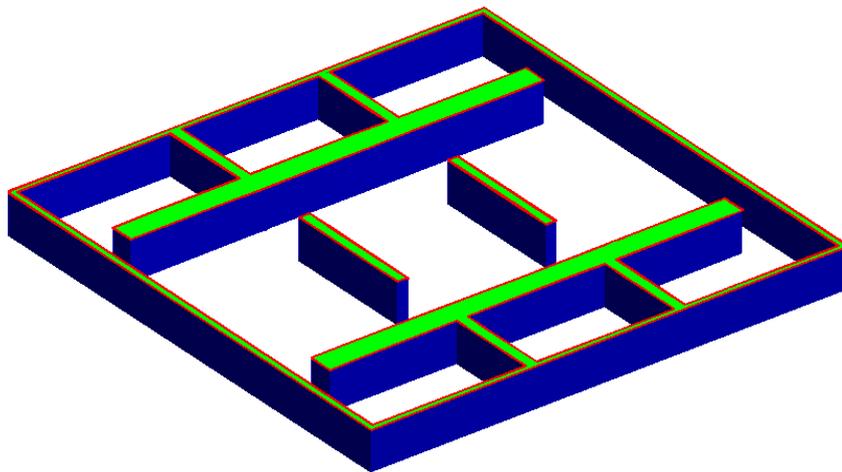


Figure 22: Différentes coupes de la Maison Gaspar.

Église Santa Maria de Barcelone

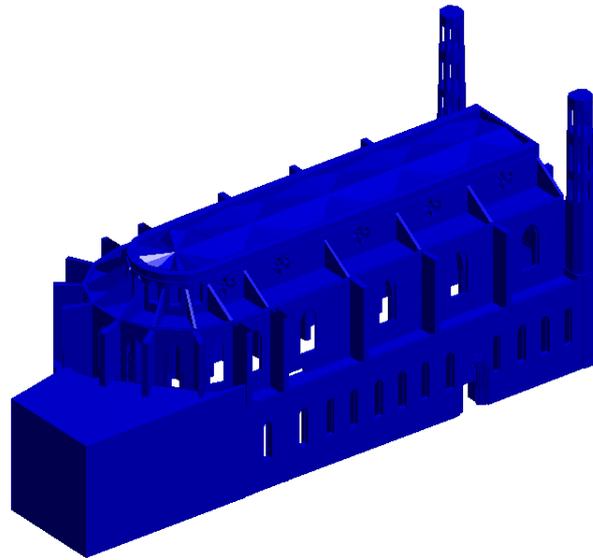


Figure 23: Modèle complet de l'église Santa Maria de Barcelone.

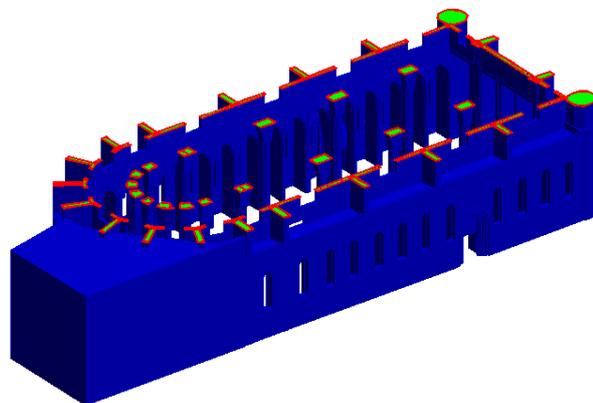
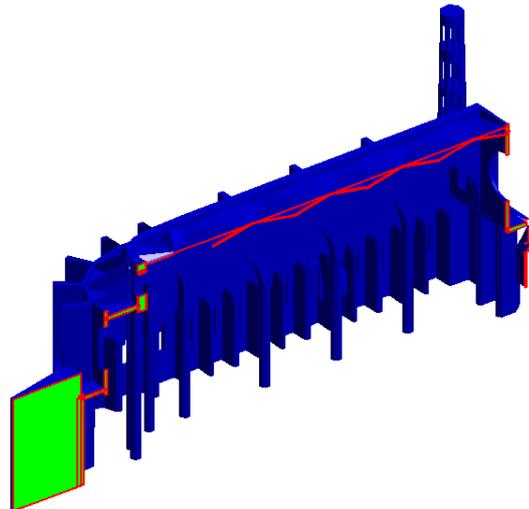


Figure 24: Différentes coupes de l'église Santa Maria de Barcelone.

Calcul d'un facteur de ciel volumique

Facteur de ciel

Rappelons que le facteur de ciel représente la proportion de la voûte céleste vue par l'observateur, donc non occultée par un élément du modèle.

Zone de travail

Dans Heliodon, il est possible de calculer le facteur de ciel sur l'ensemble d'une grille plane transparente horizontale ou verticale, par exemple placée sur le sol ou sur les murs d'une pièce. Cela permet d'avoir une idée de l'éclairage naturel pouvant atteindre ces surfaces. L'espace de travail est donc un rectangle qui est discrétisé en une grille régulière.

Dans cette étude, nous allons nous intéresser à l'espace situé entre ces surfaces, c'est-à-dire au volume même de la pièce. La pièce sera donc discrétisée en une grille régulière tridimensionnelle. Cependant, les pièces ne sont pas toujours parallélépipédiques. Il faut donc déterminer quels points de l'espace sont à étudier. Pour ce faire, l'utilisateur peut définir une série de parallélépipèdes et de cylindres parallèles aux axes principaux. L'union de ces volumes définit la zone de travail. La grille régulière est définie à l'intérieur du parallélépipède circonscrit à la zone de travail.

Il faudra faire attention à l'altitude maximale des points choisis. Tous ces points devront être situés en dessous de l'ouverture la plus haute. Ils auront ainsi tous une chance de percevoir le ciel à l'exception des points situés à l'intérieur de structures internes telles que colonnes et murs.

Par exemple, dans le cas de l'église Santa Maria de Barcelone, on peut définir trois cylindres et trois parallélépipèdes :

	X centre	Y centre	Rayon	Z min	Z max
Cylindre 1	36.00	25.19	16.73	0.00	14.47
Cylindre 2	36.74	25.19	13.02	0.00	26.47
Cylindre 3	36.74	25.19	6.00	0.00	31.50

	X min	X max	Y min	Y max	Z min	Z max
Parallélépipède 1	36.00	100.00	8.46	41.92	0.00	14.47
Parallélépipède 2	36.74	97.19	11.66	38.72	0.00	26.47
Parallélépipède 3	36.74	97.19	19.18	31.21	0.00	31.50

Tableau 1: Définition de la zone de travail de l'église Santa Maria de Barcelone.

La Figure 25 présente indépendamment chacun de ces volumes primaires. La zone de travail complète peut être vue en bas à gauche. En bas à droite, nous pouvons voir que la zone de travail épouse les murs latéraux de l'église.

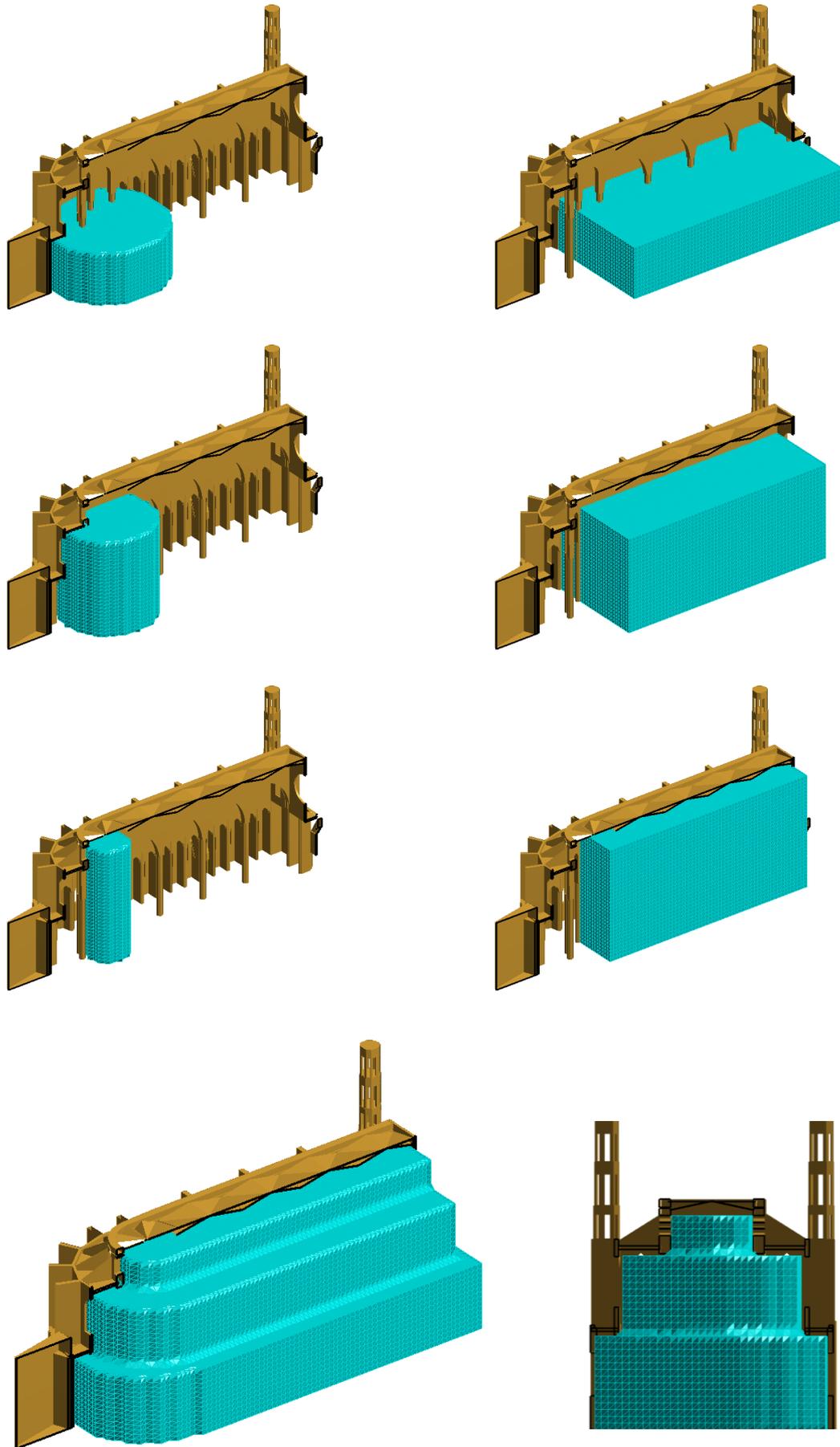


Figure 25: Définition de la zone de travail de l'église Santa Maria de Barcelone.

Cas test : le B52

Afin de découvrir les possibilités d'analyse que fournit le calcul d'un facteur de ciel volumique, nous étudions le cas de bureaux semblables à ceux du bâtiment B52 de l'Université de Liège.

Le bâtiment ayant été construit de façon modulaire, ses bureaux peuvent être des simples modules ou des doubles modules. Les simples modules comportent une fenêtre aux étages inférieurs et deux fenêtres au dernier étage (+2) ; de manière analogue, les doubles modules voient leur nombre de fenêtres doublé au dernier étage. Nous pouvons donc comparer les facteurs de ciel dans quatre bureaux types. Pour ce faire, nous avons modélisé une partie des deux derniers étages du bâtiment avec un simple et un double module à chaque étage.

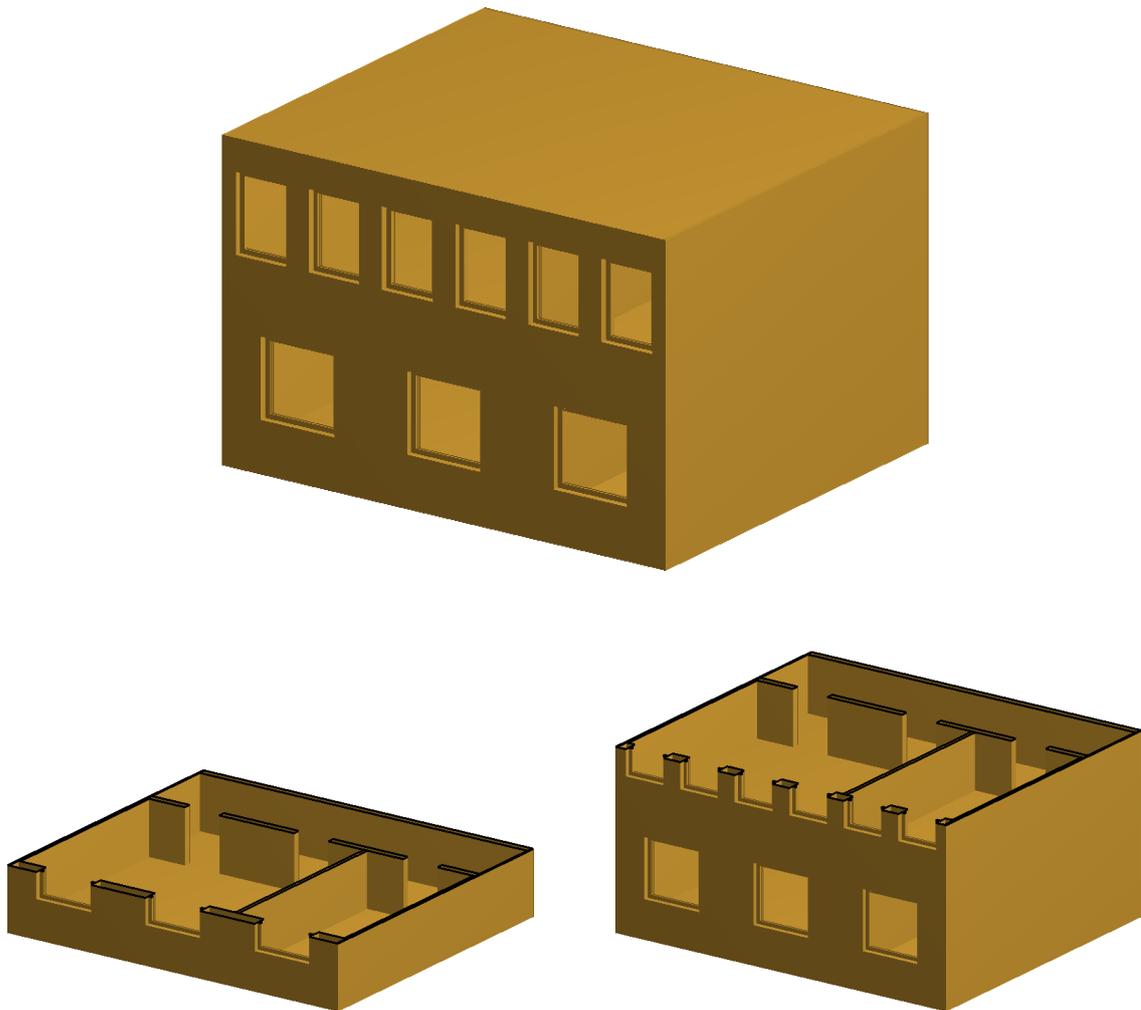


Figure 26: Modèle du bâtiment B52.

Le couloir a été obturé afin de ne prendre en compte que la contribution des fenêtres.

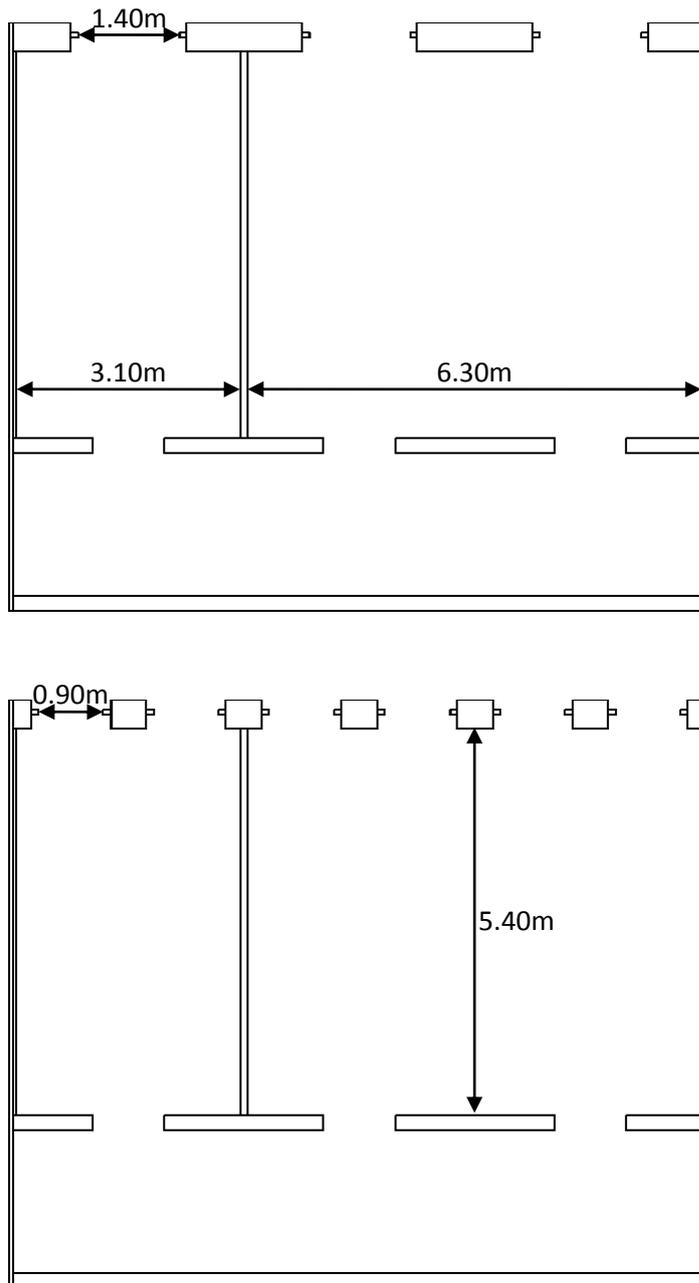


Figure 27: Plans des deux étages.

Les dimensions des différents modules sont indiquées sur la Figure 27. Hormis la largeur des fenêtres, les modules sont identiques d'un étage à l'autre. Les ouvertures des fenêtres commencent à 0.90m du sol et finissent à 2.3m. Vues de l'extérieur, toutes les fenêtres d'un même étage sont équidistantes.

Simple module, étage inférieur

La zone de travail est un parallélépipède rectangle occupant toute la surface au sol du module, partant du sol et montant jusqu'à 2.30m (à ras de l'ouverture de la fenêtre) :

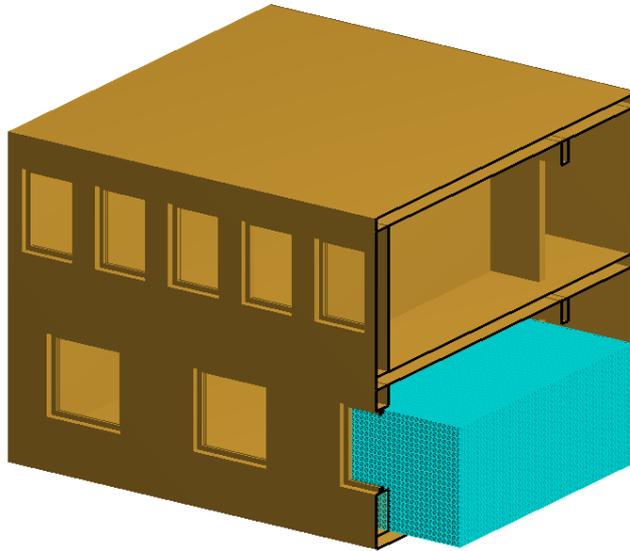


Figure 28: Zone de travail pour le simple module de l'étage inférieur.

La zone de travail est constituée d'une grille régulière de 32 x 55 x 24 soit 42 240 points espacés de 0.1m dans chacune des directions.

On peut donc estimer le volume de la zone de travail en multipliant le nombre de points par le volume d'une cellule. On obtient 42.24m^3 . On sait que ce calcul surestime le volume étant donné qu'il y a plus de points que de cellules. Dans ce cas, étant donné que la zone de travail est un parallélépipède, nous pouvons calculer exactement le volume qui est de 38.502m^3 .

Après avoir calculé le facteur de ciel en chacun des points de la zone de travail, nous obtenons une fonction tridimensionnelle. Pour représenter cette fonction, nous pouvons calculer des isosurfaces, par exemple une isosurface correspondant à un facteur de ciel de 5% :

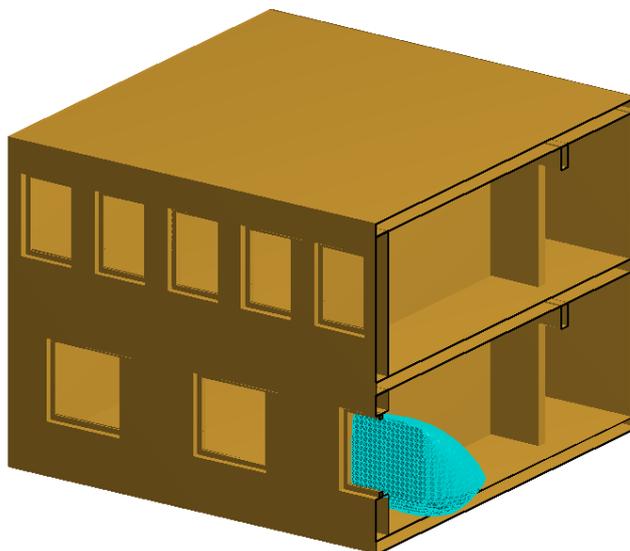


Figure 29: Isosurface de 5% pour le simple module de l'étage inférieur.

Nous pouvons également réaliser des coupes dans le volume afin d'obtenir des résultats d'apparence similaire à ceux délivrés par Héliodon :

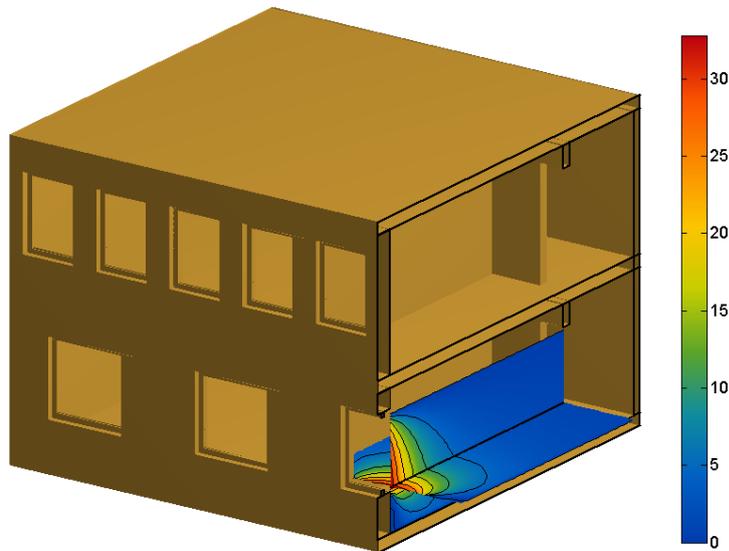


Figure 30: Coupes pour le simple module de l'étage inférieur.

Dans ce cas, de telles coupes ne nous renseignent valablement que dans une zone proche des ouvertures, dans laquelle le facteur de ciel est supérieur à 5%. Nous pouvons alors changer l'échelle de couleur afin de mieux visualiser les points où le facteur de ciel est inférieur à 5% :

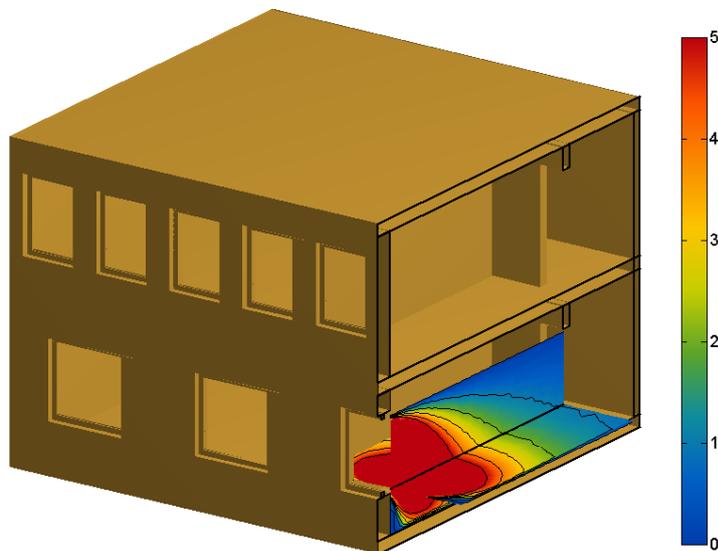


Figure 31: Coupes avec échelle de couleur de 0 à 5% pour le simple module de l'étage inférieur.

Si l'on divise la zone de travail en tranches horizontales, on peut réaliser un histogramme d'occurrence pour chacune de ces tranches. Cela permet de visualiser les zones qui ont des tendances plus sombres ou plus éclairées.

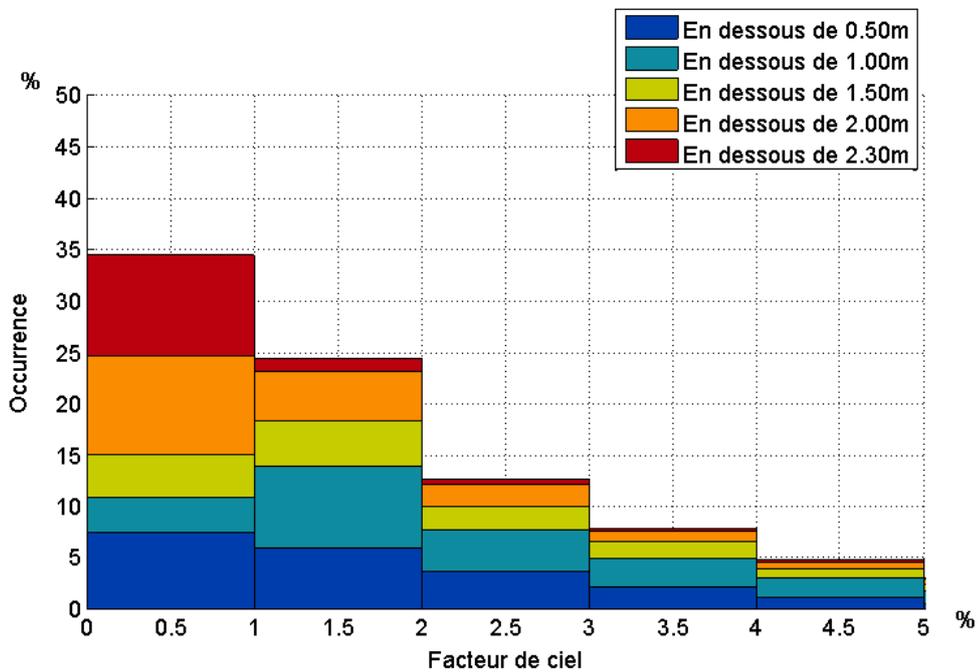
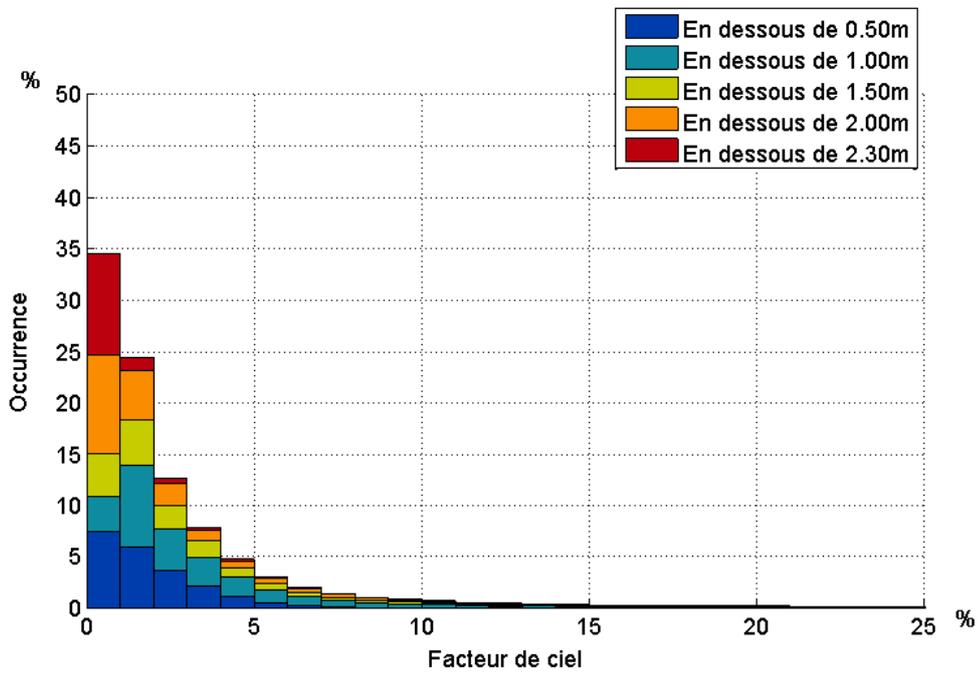


Figure 32: Histogramme d'occurrence pour le simple module de l'étage inférieur.

Dans ce cas, le facteur de ciel est principalement inférieur à 1% entre 1.5m et 2.3m. Entre 0.5m et 1.5m, le facteur de ciel est principalement compris entre 1% et 2%.

Dans ces mêmes tranches horizontales de la zone de travail, nous ordonnons les valeurs de facteur de ciel et observons l'évolution de ces valeurs. Nous comparons ensuite les tranches entre elles, pour une même valeur de facteur de ciel, ou pour une même proportion de points (occurrence cumulée).

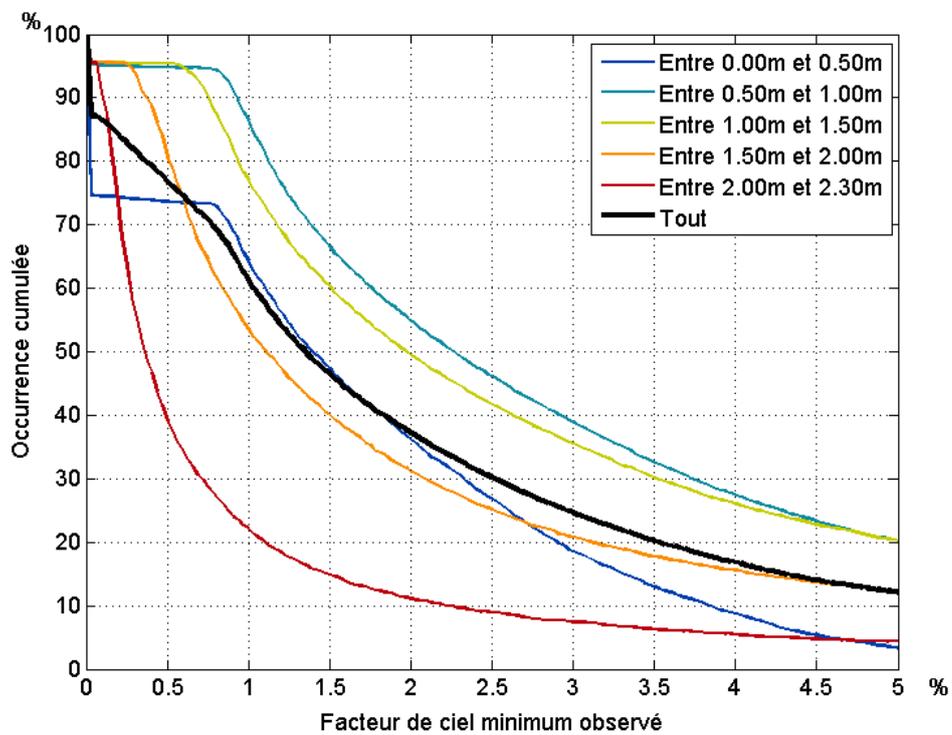
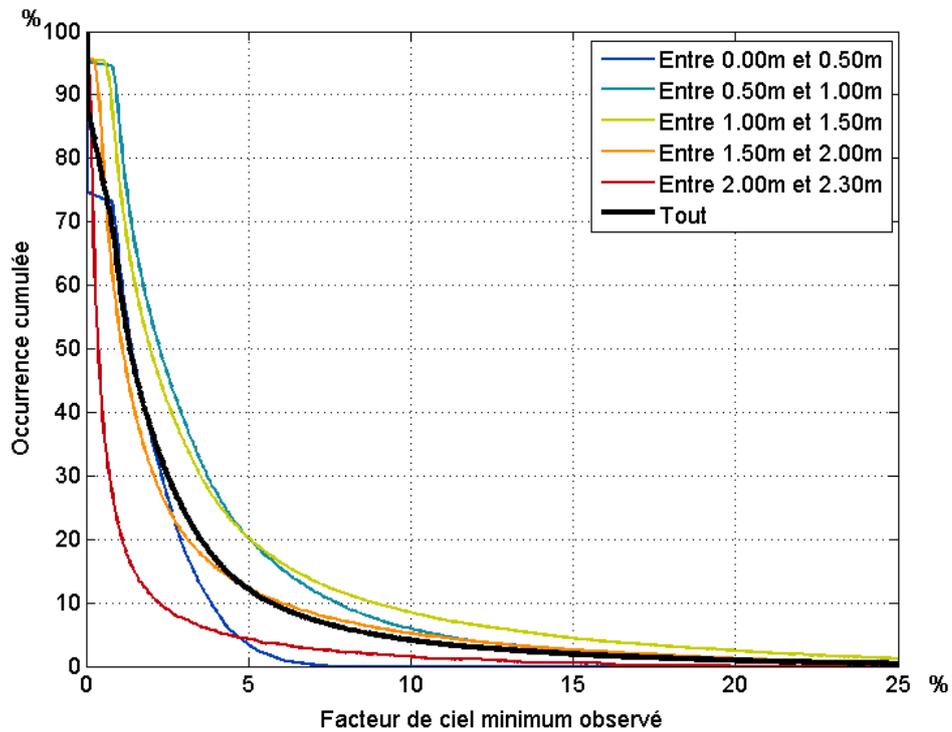


Figure 33: Evolution des valeurs de facteur de ciel pour le simple module de l'étage inférieur.

Simple module, étage supérieur

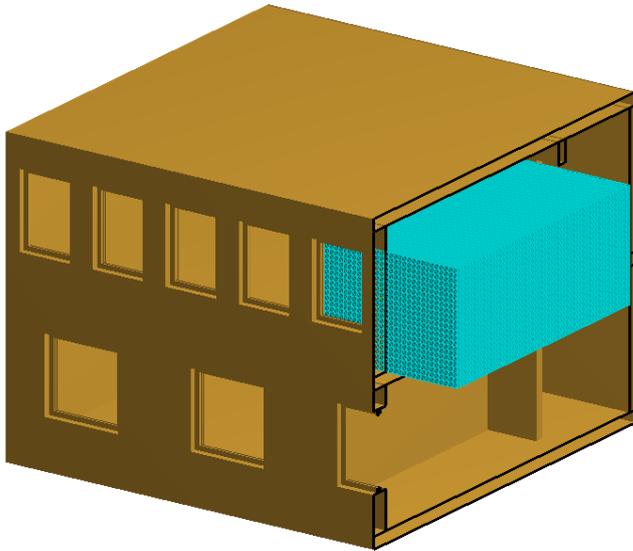


Figure 34: Zone de travail pour le simple module de l'étage supérieur.

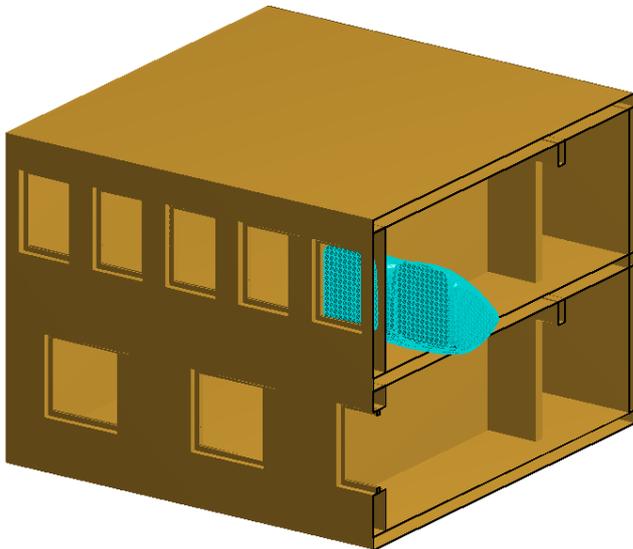


Figure 35: Isosurface de 5% pour le simple module de l'étage supérieur.

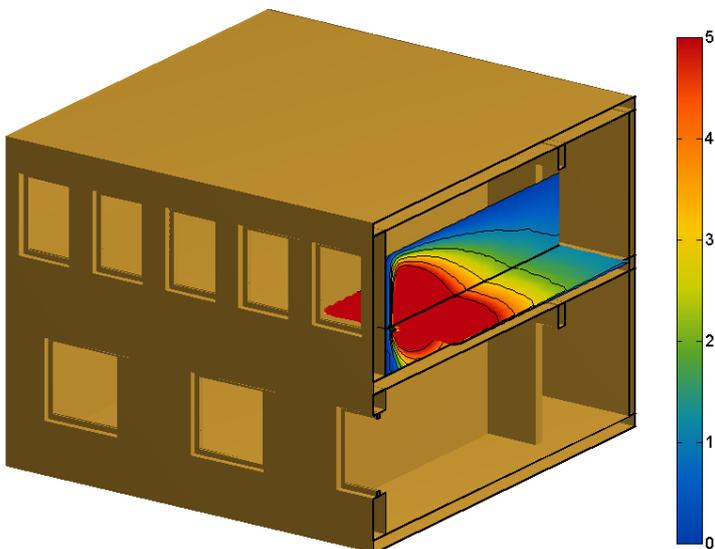


Figure 36: Coupes avec échelle de couleur de 0 à 5% pour le simple module de l'étage supérieur.

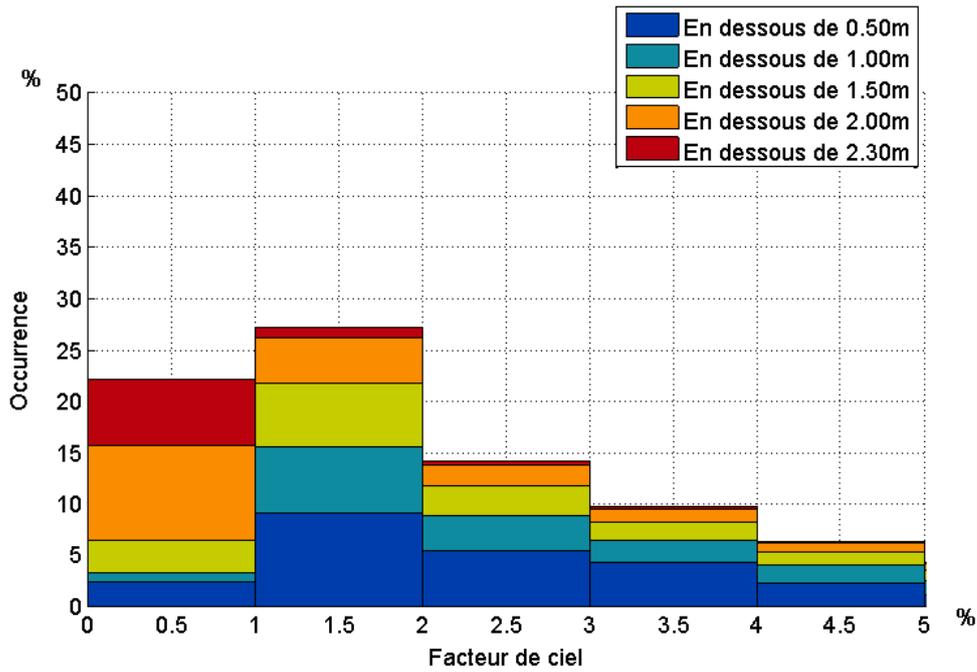


Figure 37: Histogramme d'occurrence pour le simple module de l'étage supérieur.

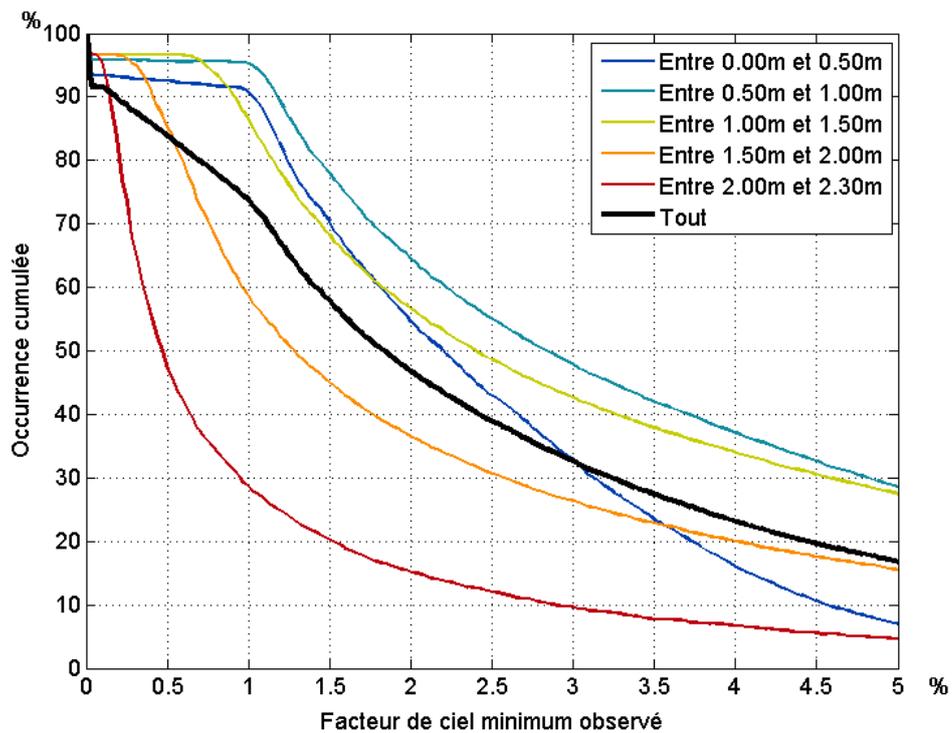


Figure 38: Evolution des valeurs de facteur de ciel pour le simple module de l'étage supérieur.

Double module, étage inférieur

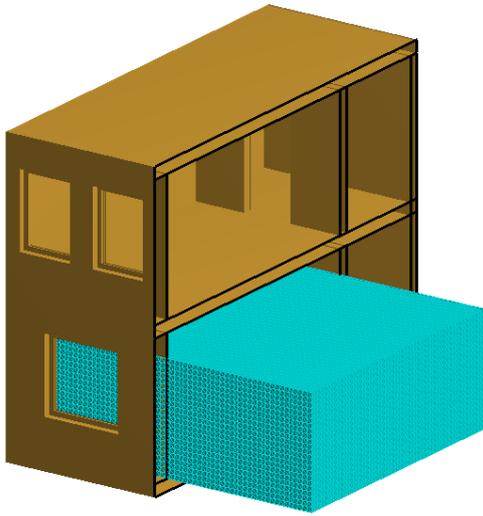


Figure 39: Zone de travail pour le double module de l'étage inférieur.

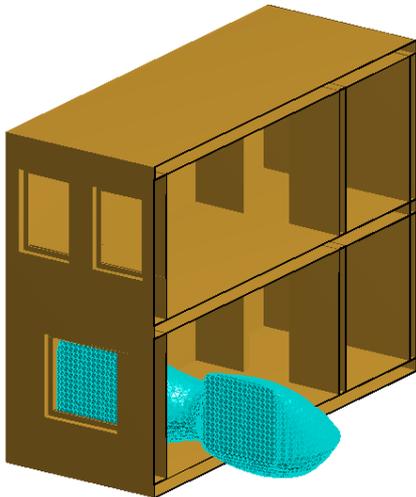


Figure 40: Isosurface de 5% pour le double module de l'étage inférieur.

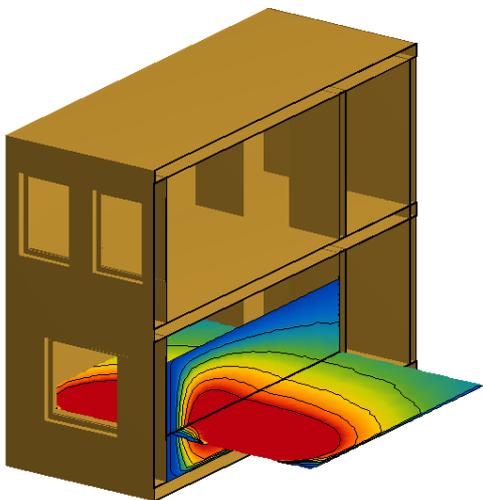


Figure 41: Coupes avec échelle de couleur de 0 à 5% pour le double module de l'étage inférieur.

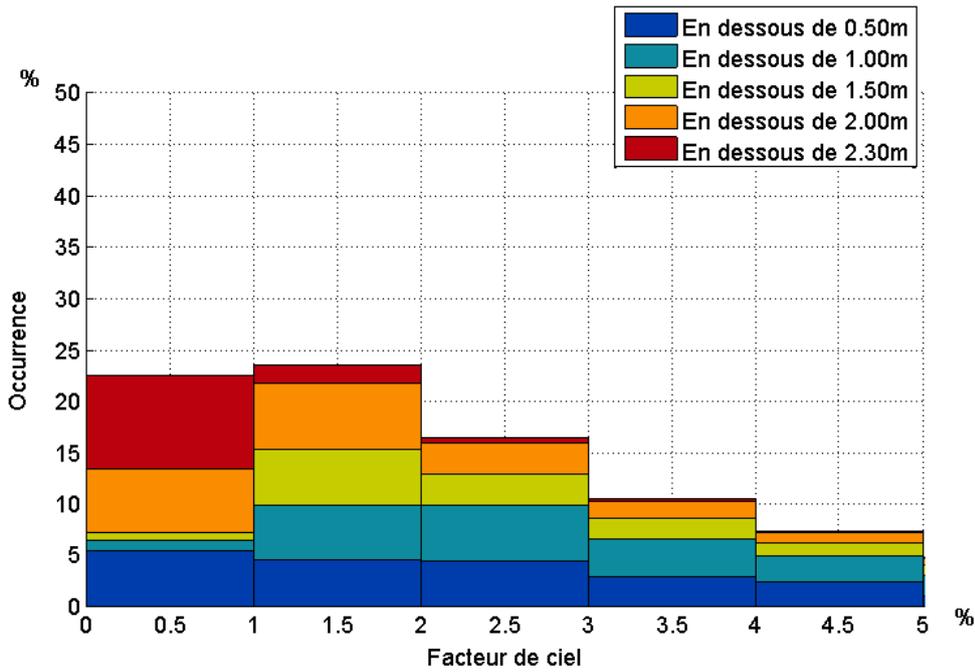


Figure 42: Histogramme d'occurrence pour le double module de l'étage inférieur.

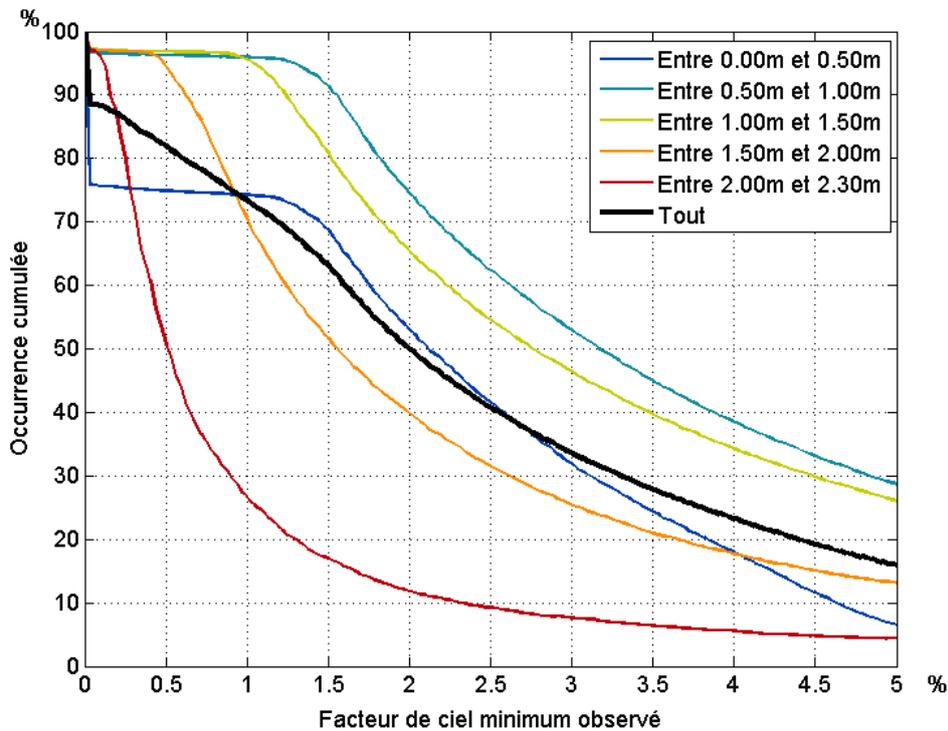


Figure 43: Evolution des valeurs de facteur de ciel pour le double module de l'étage inférieur.

Double module, étage supérieur

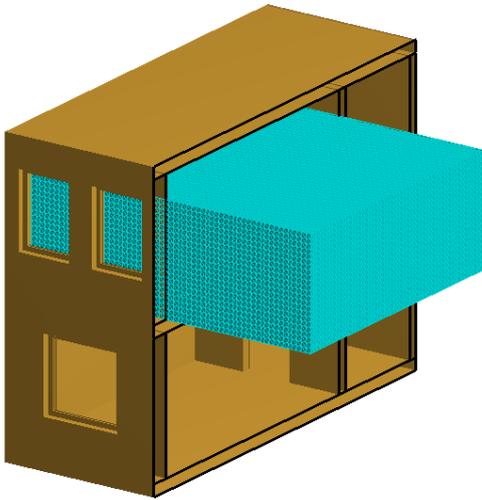


Figure 44: Zone de travail pour le double module de l'étage supérieur.

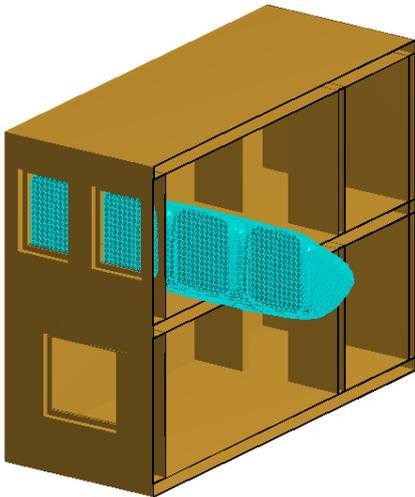


Figure 45: Isosurface de 5% pour le double module de l'étage supérieur.

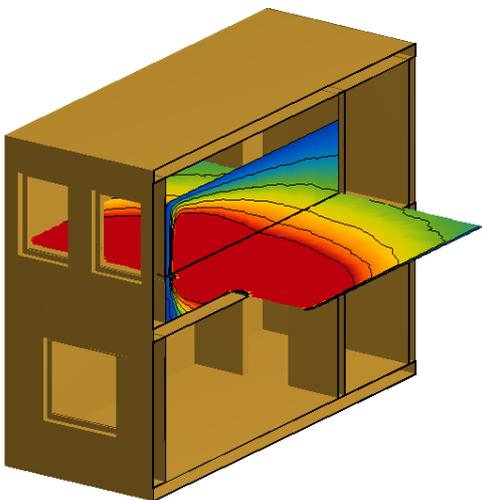


Figure 46: Coupes avec échelle de couleur de 0 à 5% pour le double module de l'étage supérieur.

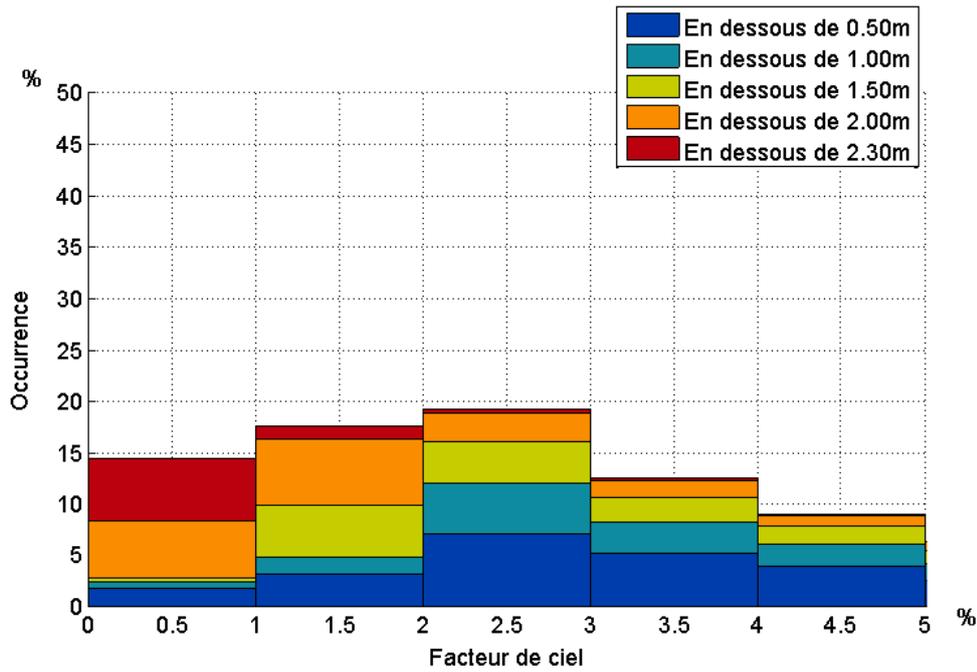


Figure 47: Histogramme d'occurrence pour le double module de l'étage supérieur.

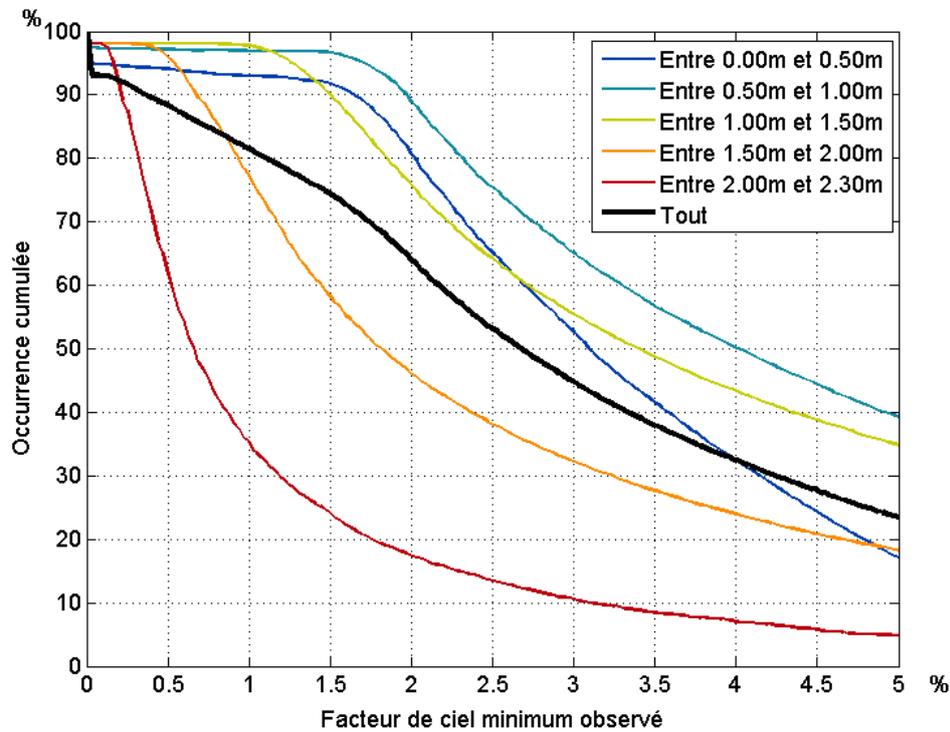


Figure 48: Evolution des valeurs de facteur de ciel pour le double module de l'étage supérieur.

Conclusions sur le B52

Les doubles modules ont globalement un facteur de ciel plus élevé que les simples modules, toutes tranches confondues, principalement à proximité du mur opposé aux fenêtres. En effet, si l'on considère un double module comme la juxtaposition de deux simples modules, l'absence de la cloison intérieure permet de voir par la fenêtre du module contigu, et donc d'augmenter le facteur de ciel. Cependant, à proximité immédiate des fenêtres, l'épaisseur du mur lui-même ne permet pas de voir le ciel dans la fenêtre voisine.

Avec leurs doubles fenêtres, les modules de l'étage supérieur augmentent le facteur de ciel par rapport aux modules de l'étage inférieur. Ceci est tout à fait logique étant donné que la surface des fenêtres est plus élevée de manière globale. De plus, la couche de 0-0.5m voit son nombre de facteurs de ciel nuls passer de 25% à 5%.

Applications dans les grand édifices

Église Santa Maria de Barcelone, style gothique catalan

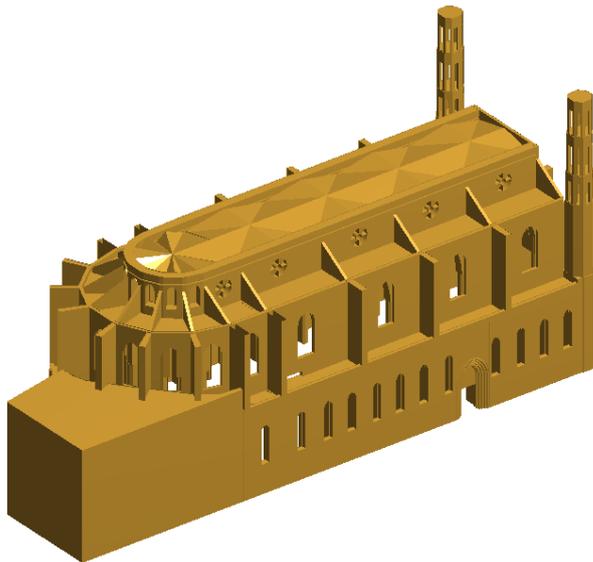


Figure 49: Modèle de l'église Santa Maria de Barcelone.

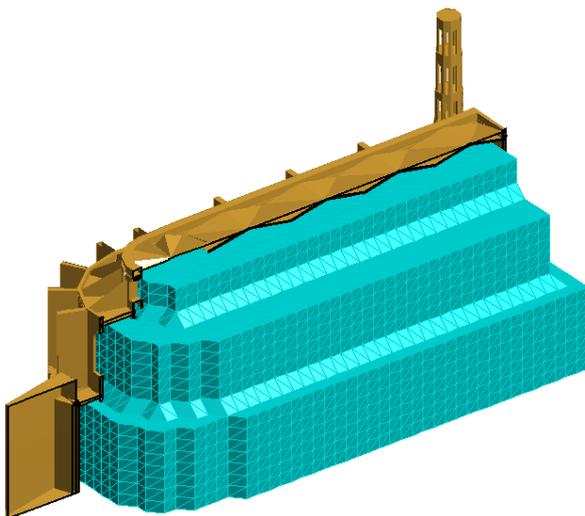


Figure 50: Zone de travail de l'église Santa Maria de Barcelone.

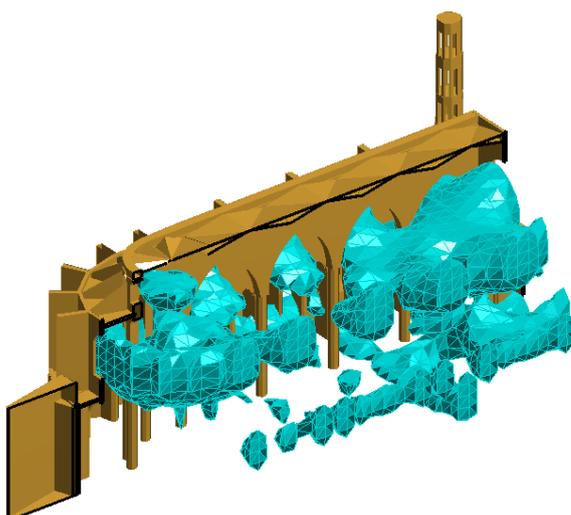


Figure 51: Isosurface à 5% de l'église Santa Maria de Barcelone.

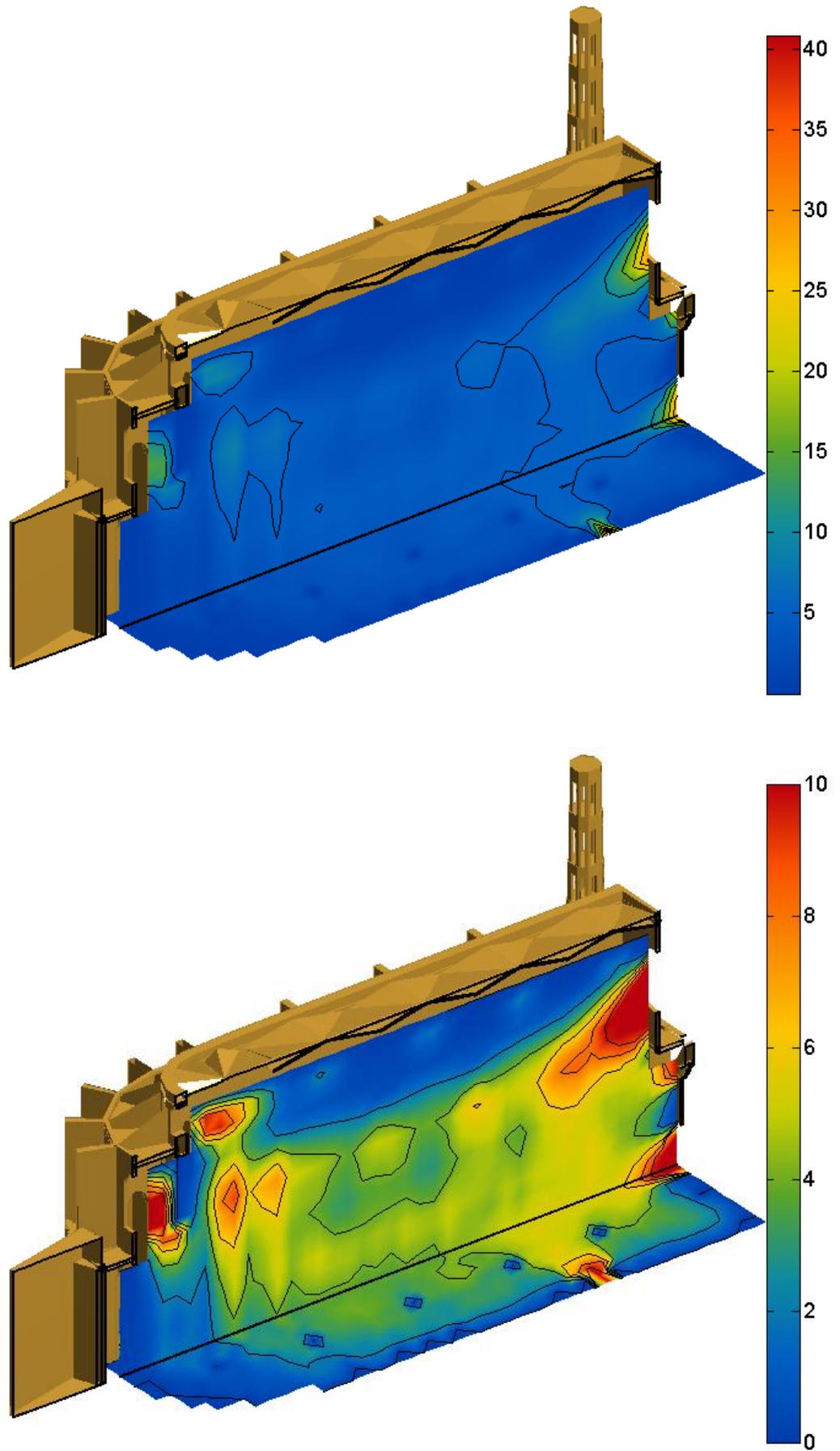


Figure 52: Coupes pour l'église Santa Maria de Barcelone.

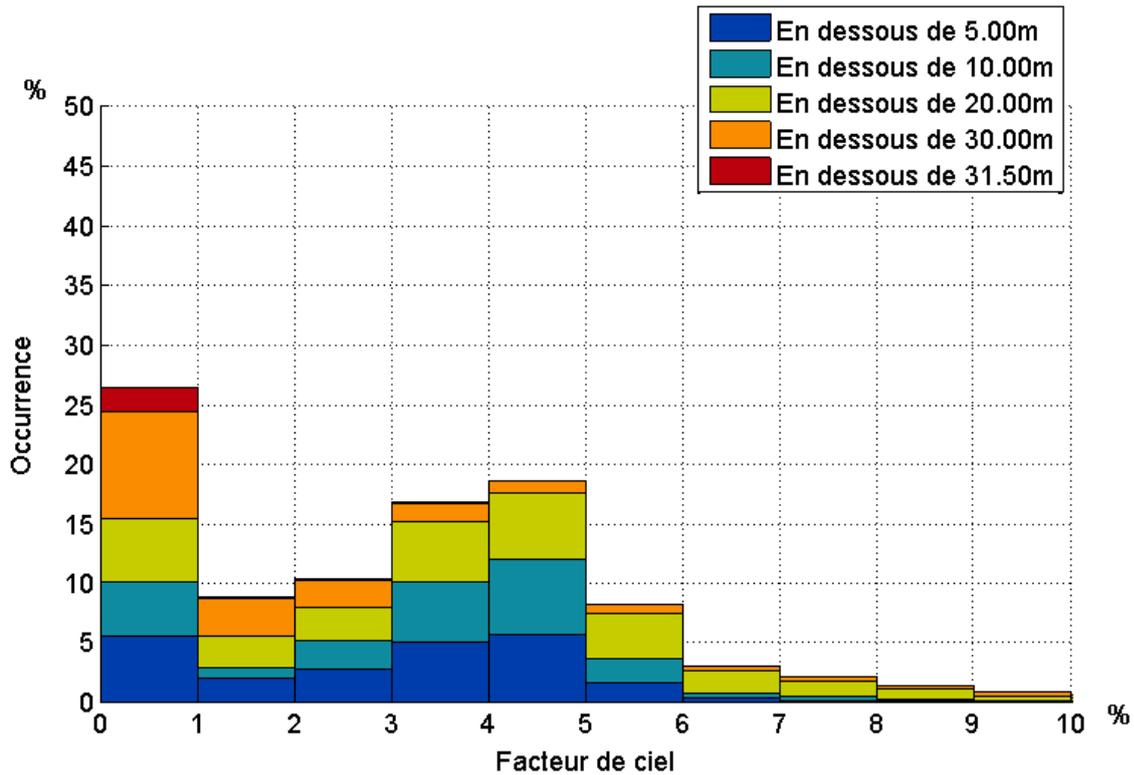


Figure 53: Histogramme d'occurrence pour l'église Santa Maria de Barcelone.

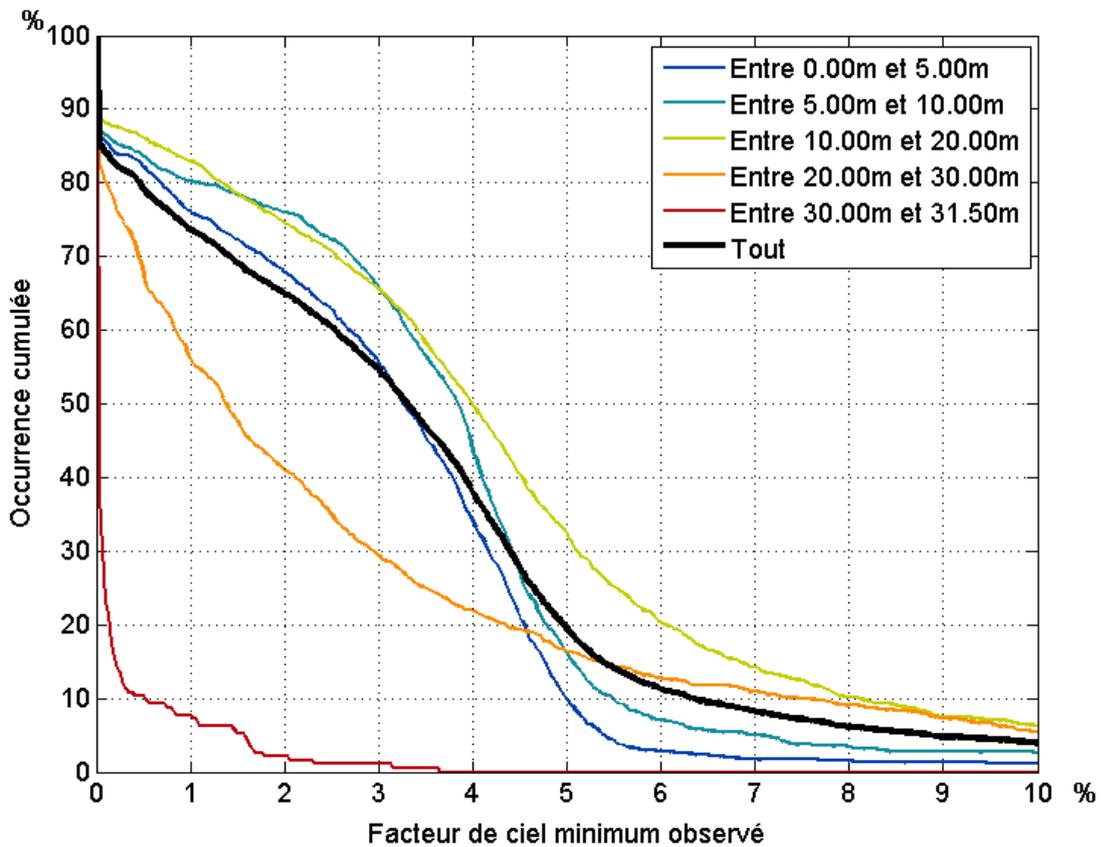


Figure 54: Evolution des valeurs de facteur de ciel pour l'église Santa Maria de Barcelone.

Cathédrale Notre-Dame de Chartres, style gothique



Figure 55: Modèle de la cathédrale Notre-Dame de Chartres.

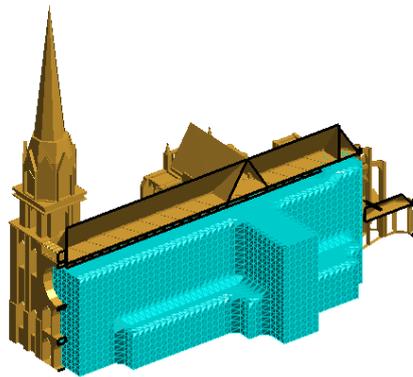


Figure 56: Zone de travail de la cathédrale Notre-Dame de Chartres.

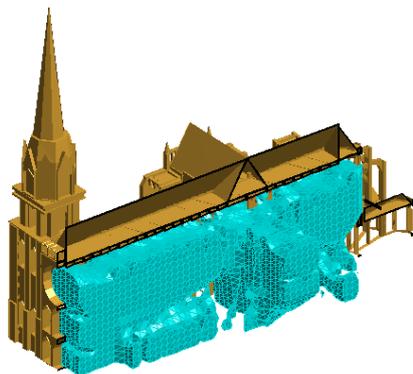


Figure 57: Isosurface à 5% de la cathédrale Notre-Dame de Chartres.

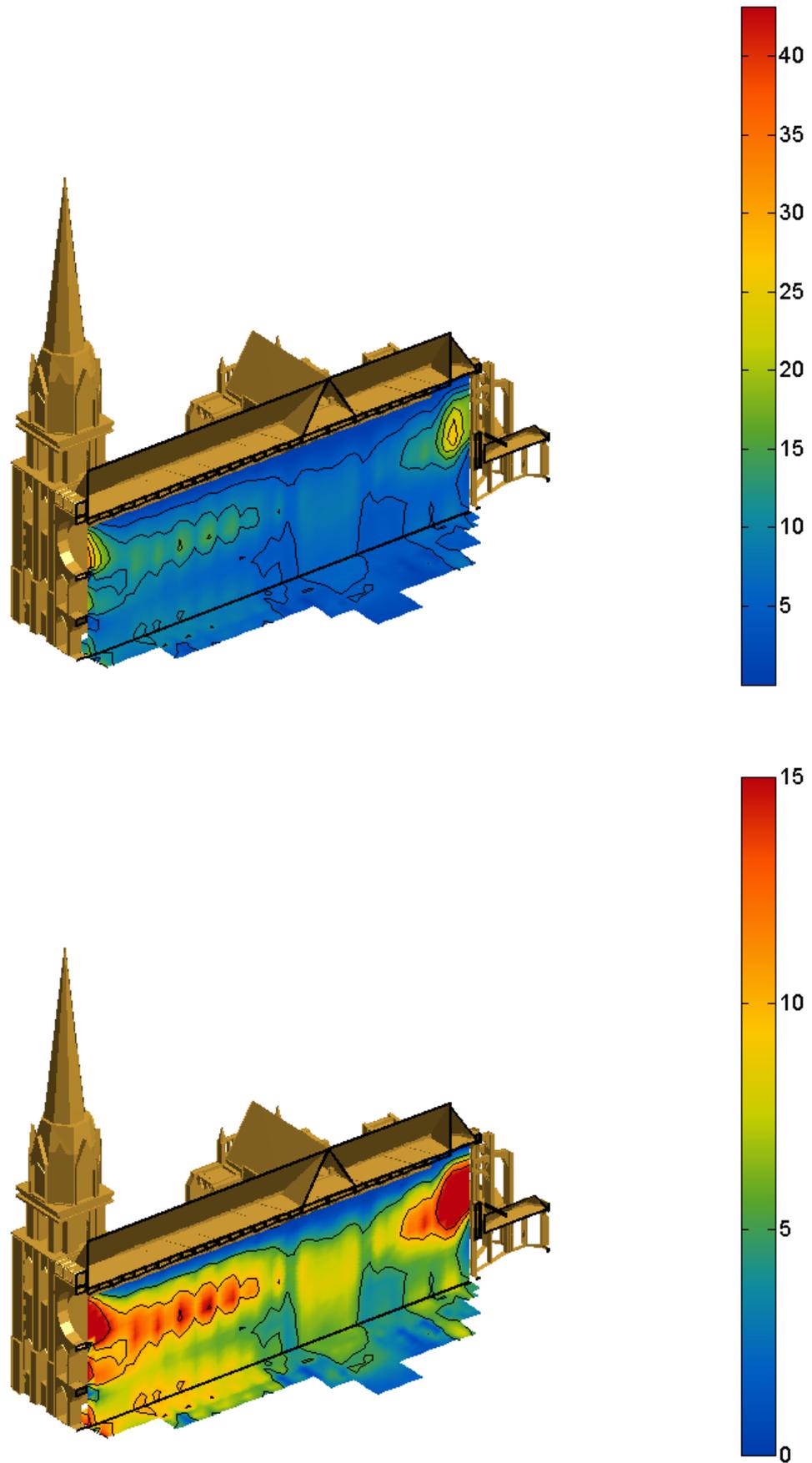


Figure 58: Coupes pour la cathédrale Notre-Dame de Chartres.

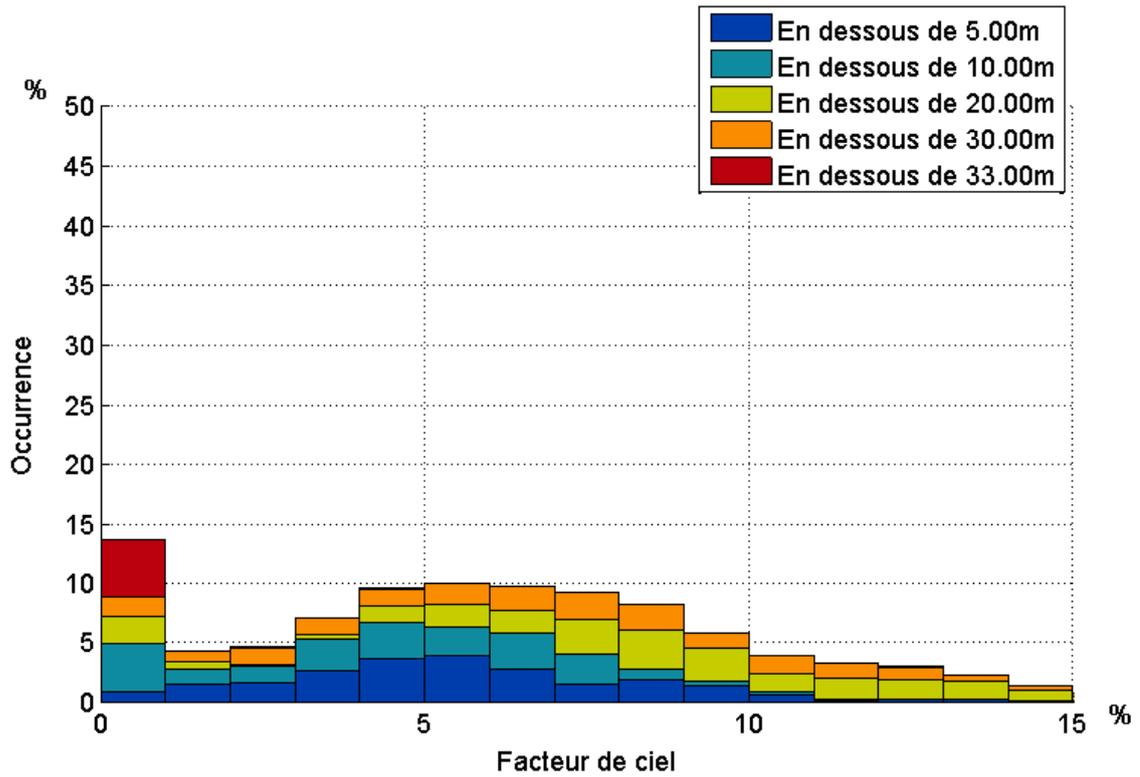


Figure 59: Histogramme d'occurrence pour la cathédrale Notre-Dame de Chartres.

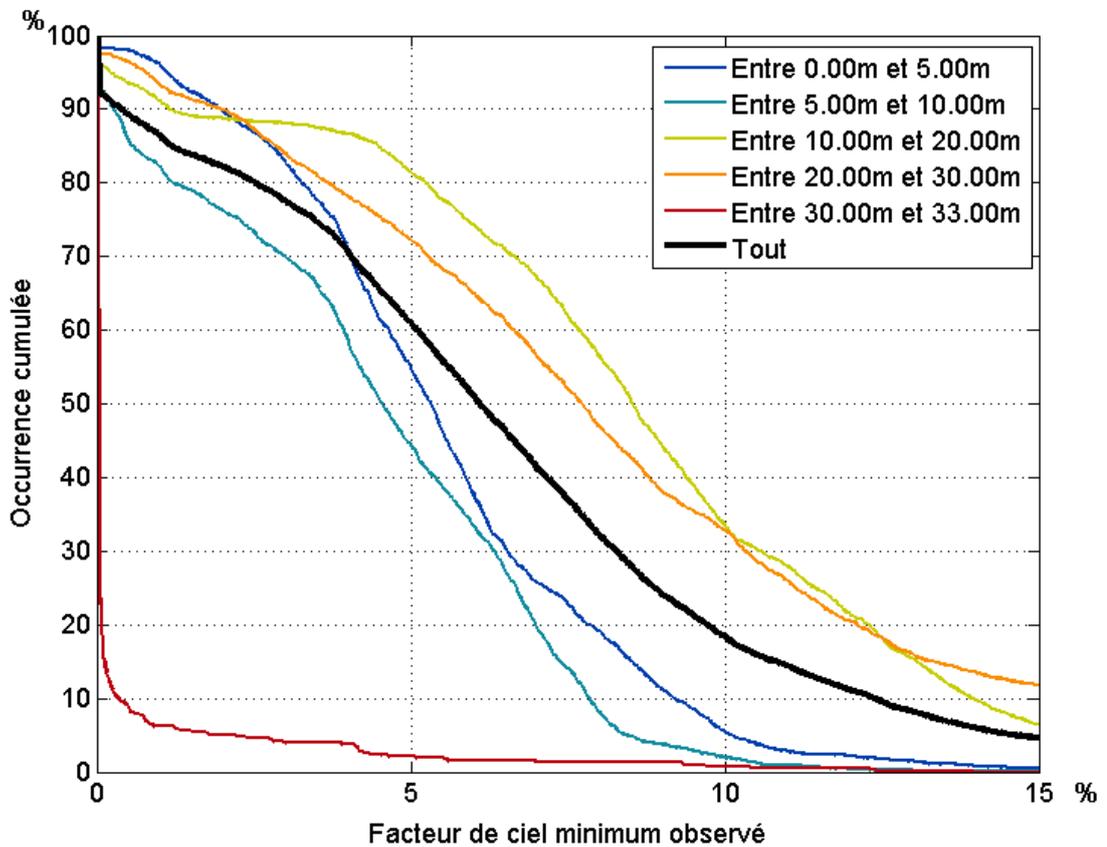


Figure 60: Evolution des valeurs de facteur de ciel pour la cathédrale Notre-Dame de Chartres.

Cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle, style roman

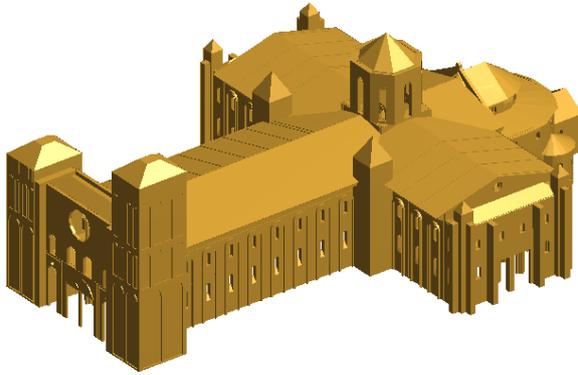


Figure 61: Modèle de la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.

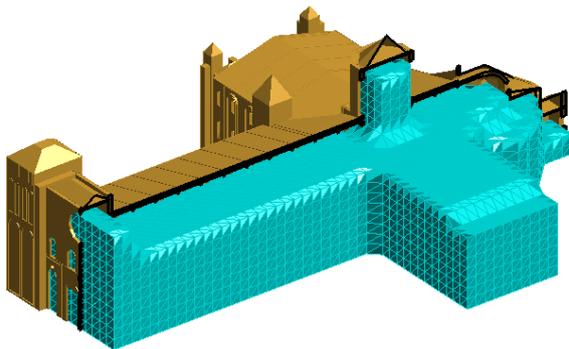


Figure 62: Zone de travail de la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.

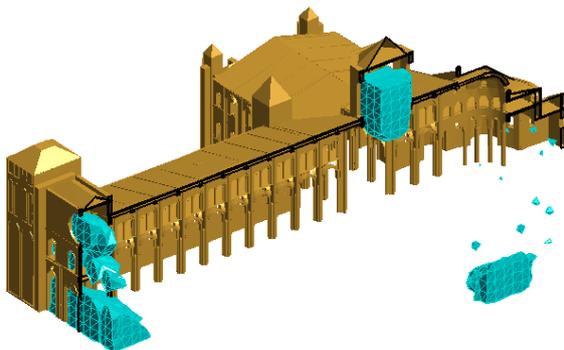


Figure 63: Isosurface à 5% de la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.

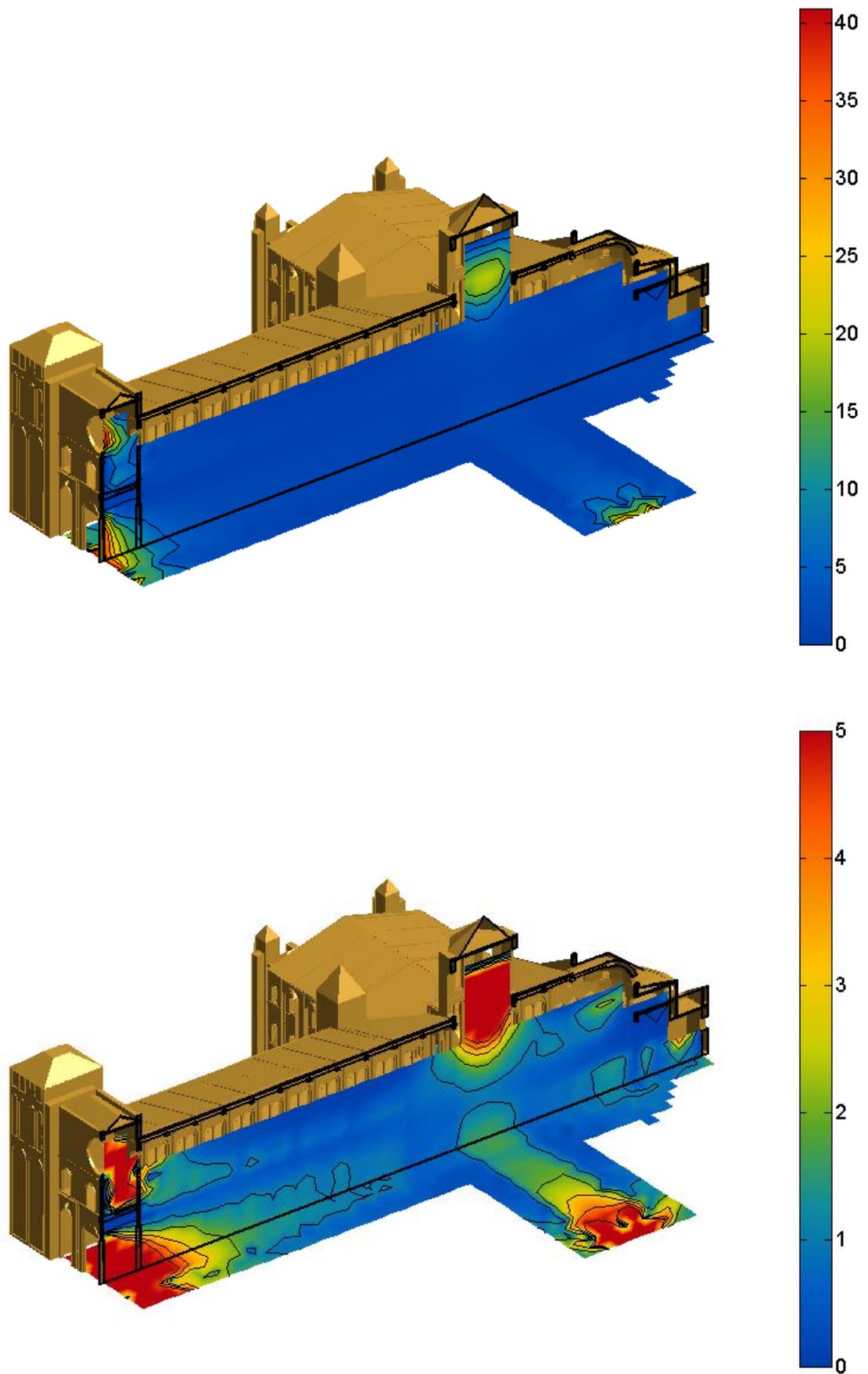


Figure 64: Coupes pour la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.

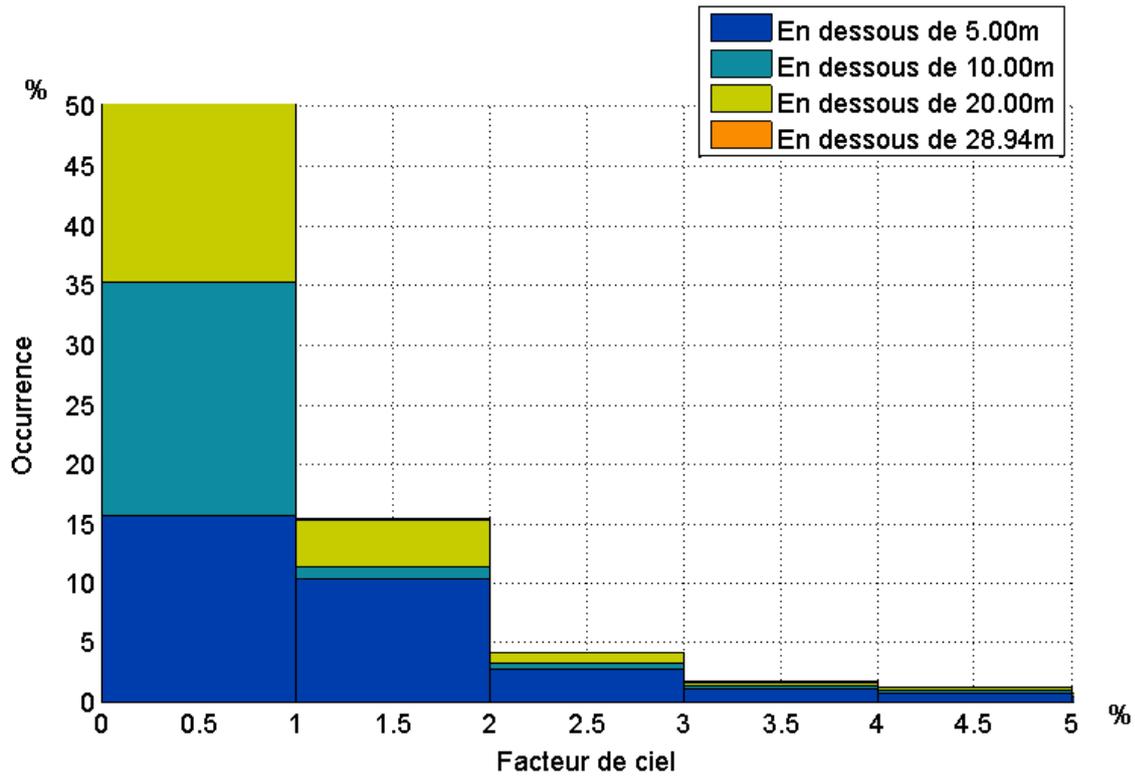


Figure 65: Histogramme d'occurrence pour la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.

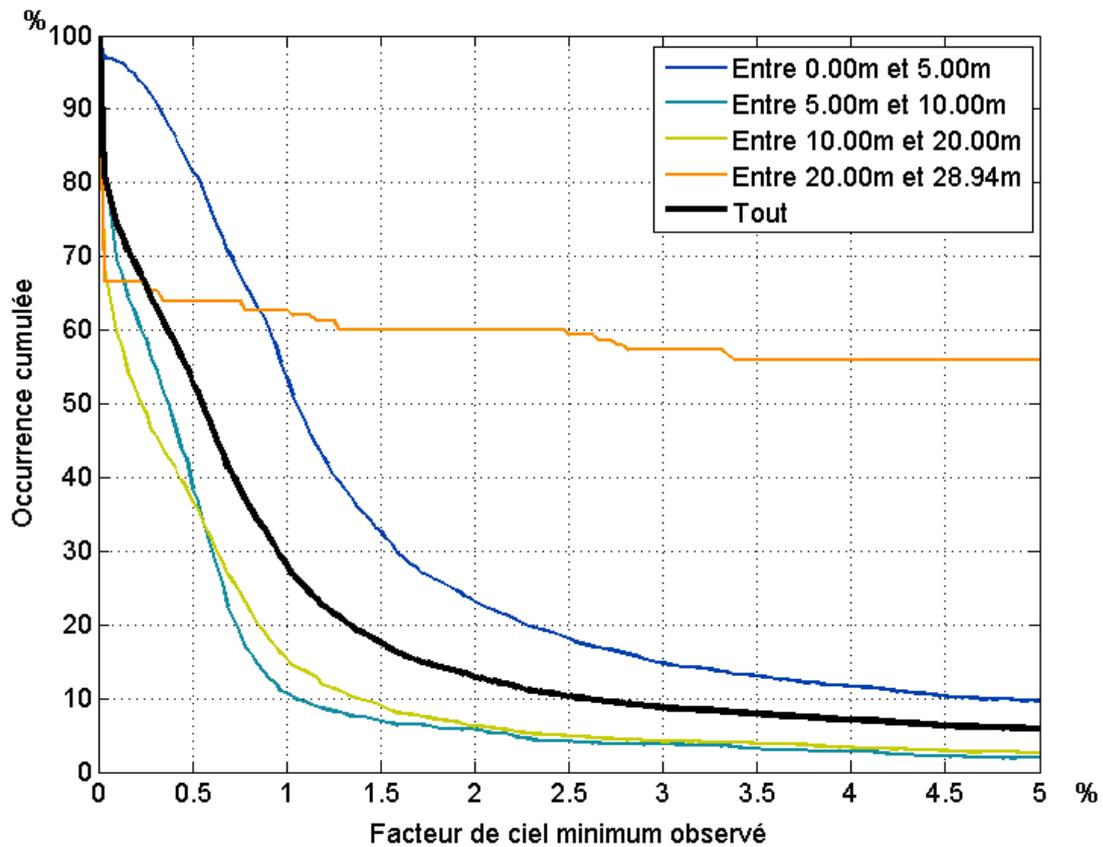


Figure 66: Evolution des valeurs de facteur de ciel pour la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.

Comparaison des grands édifices

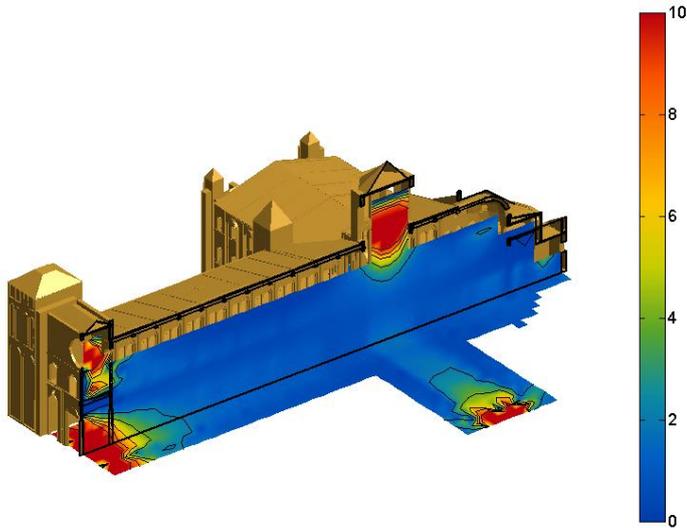


Figure 67: Coupes 0-10% pour la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.

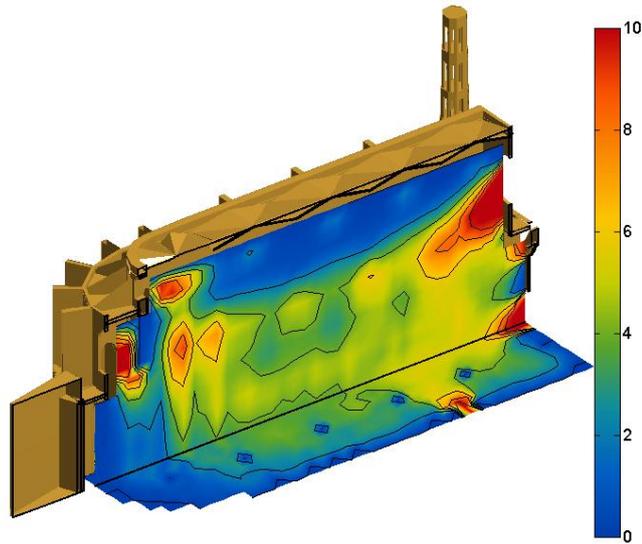


Figure 68: Coupes 0-10% pour l'église Santa Maria de Barcelone.

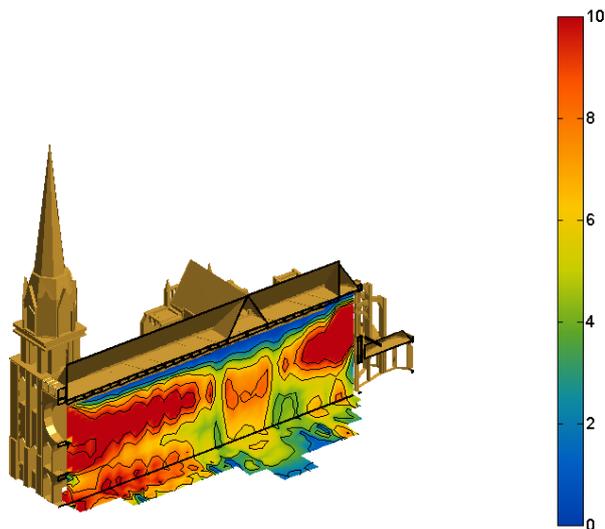


Figure 69: Coupes 0-10% pour la cathédrale Notre-Dame de Chartres.

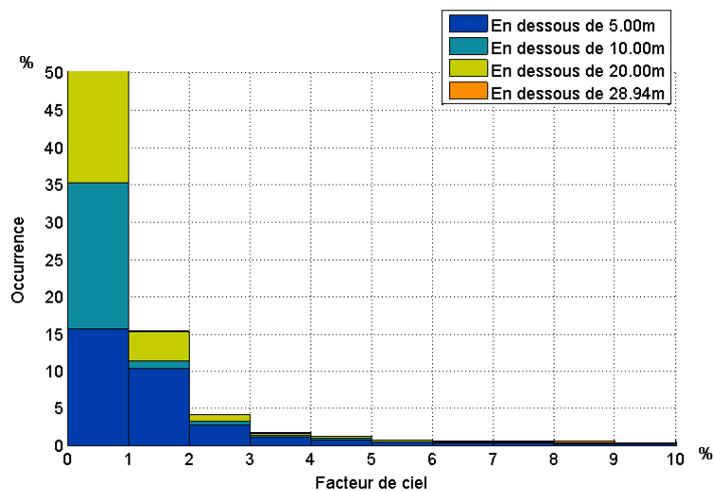


Figure 70: Histogramme d'occurrence 0-10% pour la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.

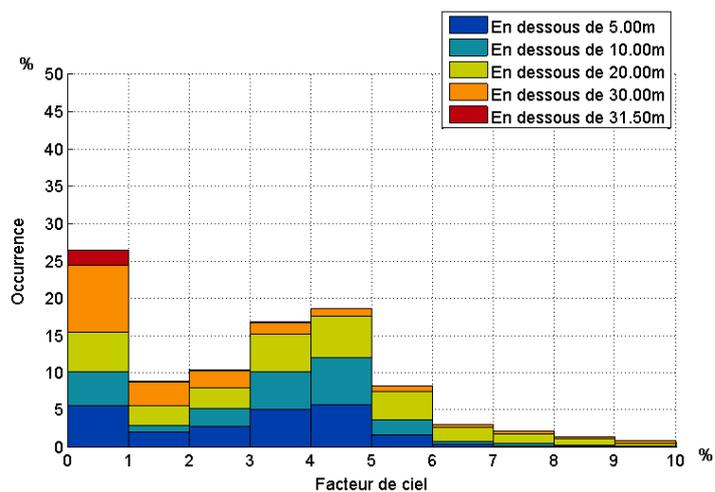


Figure 71: Histogramme d'occurrence 0-10% pour l'église Santa Maria de Barcelone.

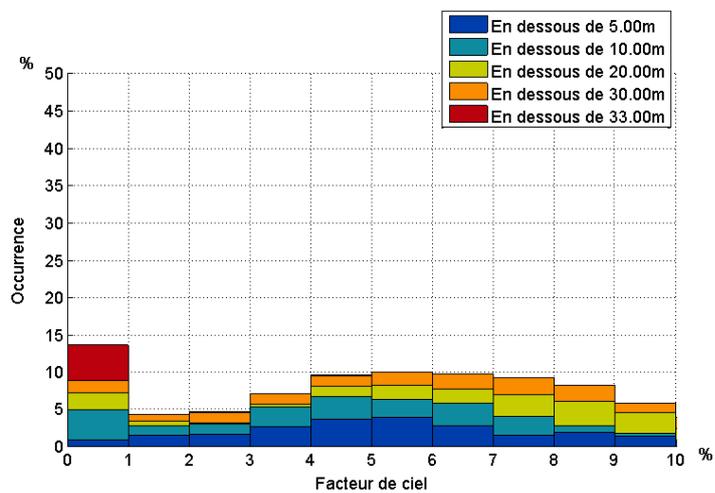


Figure 72: Histogramme d'occurrence 0-10% pour la cathédrale Notre-Dame de Chartres.

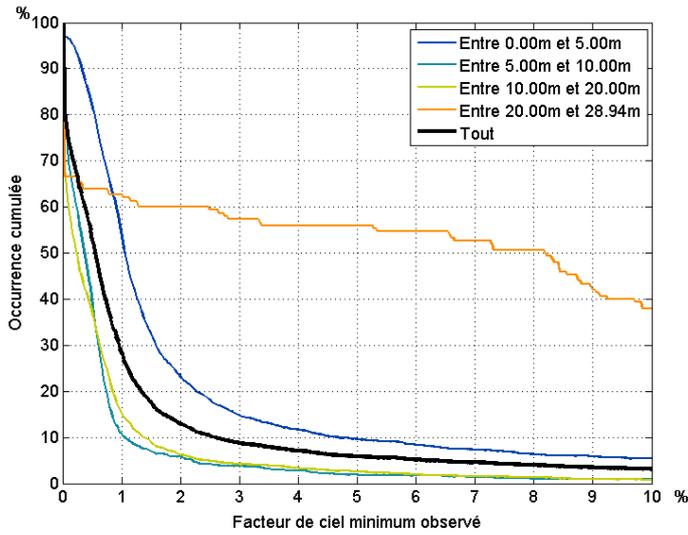


Figure 73: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-10% pour la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.

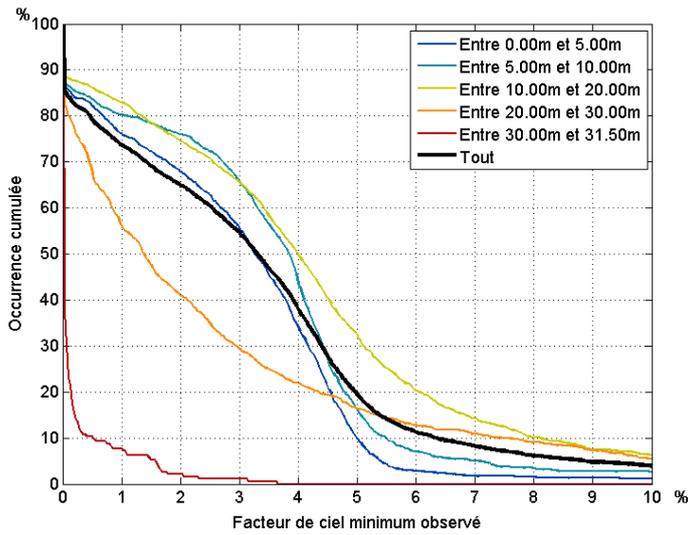


Figure 74: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-10% pour l'église Santa Maria de Barcelone.

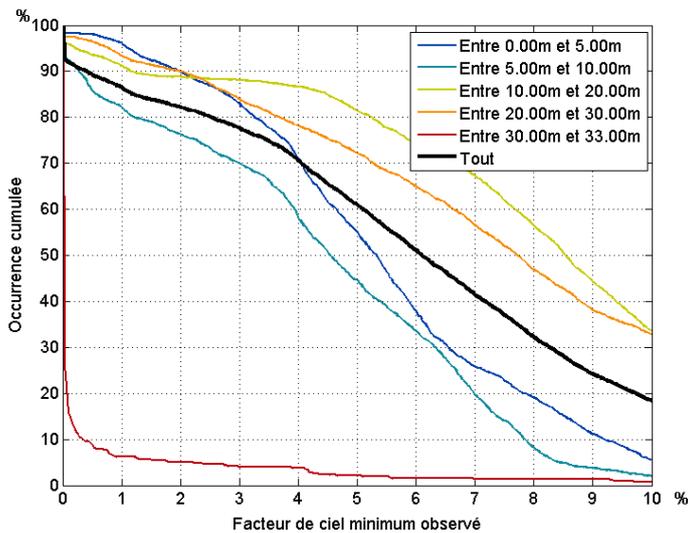


Figure 75: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-10% pour la cathédrale Notre-Dame de Chartres.

Conclusion sur les grands édifices

Alors que dans l'église Santa Maria, le facteur de ciel est inférieur à 5% dans 80% de l'espace, cette proportion tombe à moins de 40% dans le cas de la cathédrale Notre-Dame de Chartres, et grimpe à plus de 90% dans le cas de la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle. Ces valeurs différencient bien les trois édifices en fonction de leur style architectural. L'analyse d'autres modèles est nécessaire afin de confirmer que ces valeurs définissent de manière caractéristique les styles architecturaux étudiés.

Notons que certaines valeurs du facteur de ciel de 0% sont dues à la présence de points de la grille à l'intérieur de colonnes ou murs intérieurs. Il faudrait supprimer ces points de la zone de travail en permettant d'autres opérations booléennes lors de la définition de celle-ci. Dans une première approche, il a été envisagé de retirer a posteriori les points de valeur 0%, mais cela supprime également les points de la « vraie » zone de travail situés dans des angles morts vis-à-vis du ciel. Cette approche a donc été écartée.

Si l'on compare ces évolutions des valeurs de facteur de ciel à celles obtenues pour le bâtiment B52, on constate que les facteurs de ciel du B52 sont grandement supérieurs à ceux de la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle, similaires mais légèrement inférieurs à ceux de l'église Santa Maria de Barcelone, et grandement inférieurs à ceux de la cathédrale Notre-Dame de Chartres.

Il faut cependant se souvenir que les fenêtres des édifices religieux sont pourvues de vitraux qui ne sont pas transparents, contrairement aux fenêtres des immeubles de bureau. Ceci peut diminuer fortement l'apport de lumière. Cette opacité n'a pas été prise en compte lors de la présente étude. Lors d'une première approximation, un facteur correctif pourrait être introduit afin de prendre en compte cette opacité.

Etude de la sensibilité

Sensibilité vis-à-vis de la zone de travail

Dans le cas des grands édifices, nous allons étudier la sensibilité des résultats suivant deux critères. Le premier est la résolution de la grille définissant la zone de travail. Le second est l'utilisation soit de la zone de travail complète, soit du plan médian traversant l'édifice dans sa longueur.

Nous travaillons sur le cas de la cathédrale Notre-Dame de Chartres. Les quatre variantes sont les suivantes :

- zone de travail complète sur une grille composée de cellules d'environ 2m de côté ;
- zone de travail complète sur une grille composée de cellules d'environ 1m de côté ;
- plan médian de la zone de travail sur une grille composée de cellules d'environ 2m de côté ;
- plan médian de la zone de travail sur une grille composée de cellules d'environ 0.5m de côté.

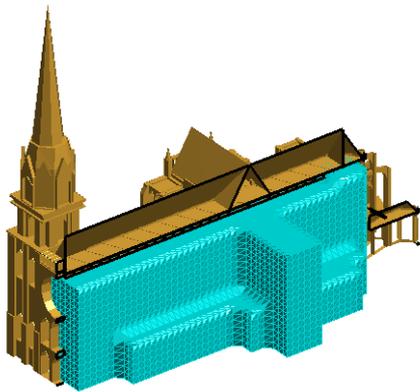


Figure 76: Zone de travail complète de la cathédrale Notre-Dame de Chartres sur une grille composée de cellules d'environ 2m de côté [Chartres ~2m].

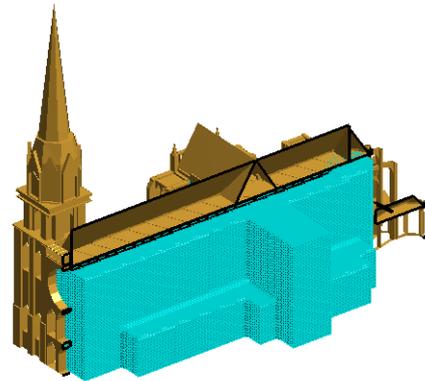


Figure 77: Zone de travail complète de la cathédrale Notre-Dame de Chartres sur une grille composée de cellules d'environ 1m de côté [Chartres ~1m].

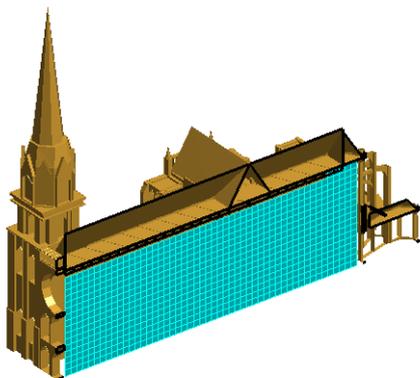


Figure 78: Plan médian de la zone de travail de la cathédrale Notre-Dame de Chartres sur une grille composée de cellules d'environ 2m de côté [Chartres cut ~2m].

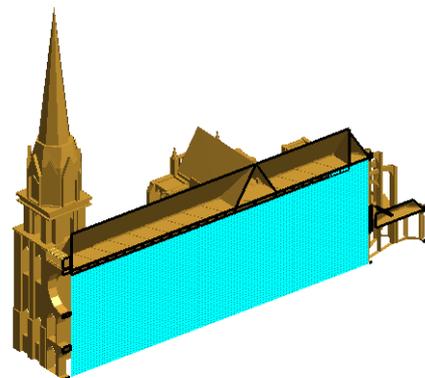


Figure 79: Plan médian de la zone de travail de la cathédrale Notre-Dame de Chartres sur une grille composée de cellules d'environ 0.5m de côté [Chartres cut ~0.5m].

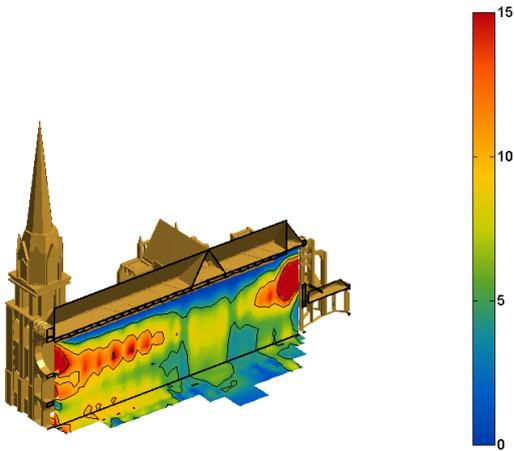


Figure 80: Coupes 0-15% pour [Chartres ~2m].

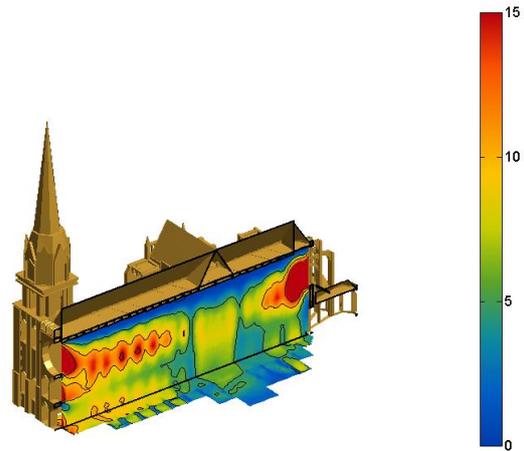


Figure 81: Coupes 0-15% pour [Chartres ~1m].

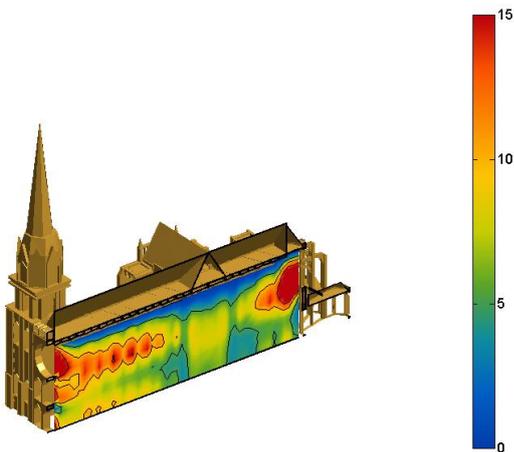


Figure 82: Coupe 0-15% pour [Chartres cut ~2m].

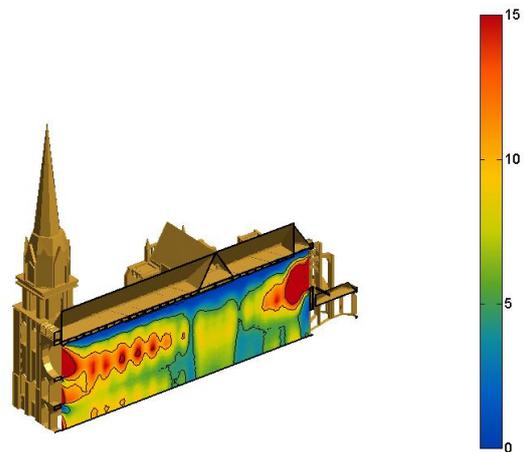


Figure 83: Coupe 0-15% pour [Chartres cut ~0.5m].

Comme l'on pouvait s'y attendre, une plus grande résolution de la grille améliore le rendu des contours dans les coupes.

Outre la disparition de la partie de coupe au niveau du sol, l'utilisation du plan médian donne une coupe légèrement différente. Ces légères différences sont dues au fait que le plan médian n'appartient pas nécessairement à un plan de la grille. Ainsi, lors de la coupe de la zone complète, les valeurs du plan médian sont interpolées en fonction des deux plans situés directement de part et d'autre de celui-ci.

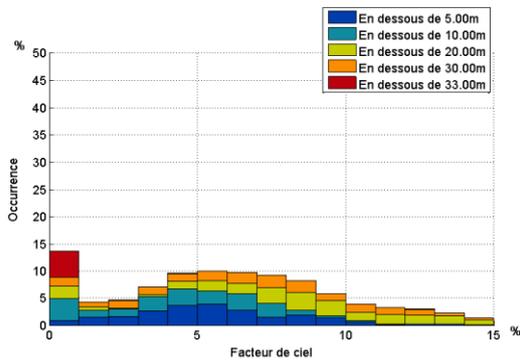


Figure 84: Histogramme d'occurrence 0-15% pour [Chartres ~2m].

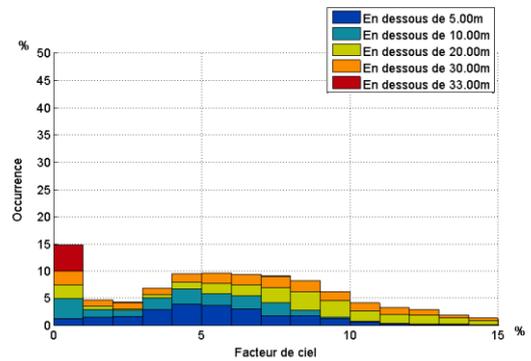


Figure 85: Histogramme d'occurrence 0-15% pour [Chartres ~1m].

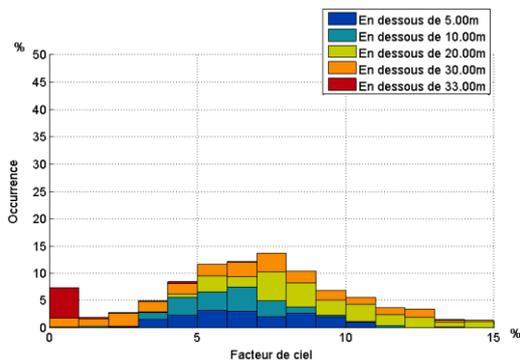


Figure 86: Histogramme d'occurrence 0-15% pour [Chartres cut ~2m].

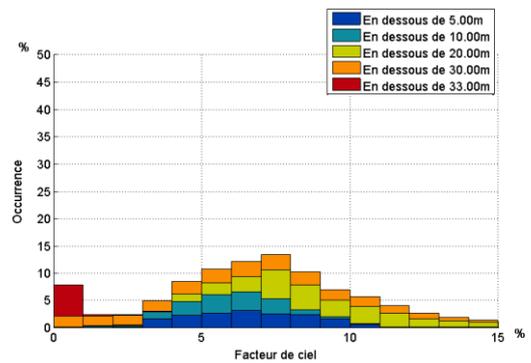


Figure 87: Histogramme d'occurrence 0-15% pour [Chartres cut ~0.5m].

L'accroissement de la résolution de la grille amène une légère augmentation de l'occurrence des faibles valeurs de facteur de ciel. En effet, une grille plus fine permet d'étudier un volume (ou une surface) supplémentaire à proximité des frontières de la zone de travail. Ce volume est principalement situé le long des murs ou des plafonds qui sont souvent des zones peu exposées.

L'utilisation du plan médian réduit l'occurrence des faibles valeurs. En effet, le plan médian n'est généralement pas à proximité de murs. Il est donc souvent exposé à un grand nombre de fenêtres.

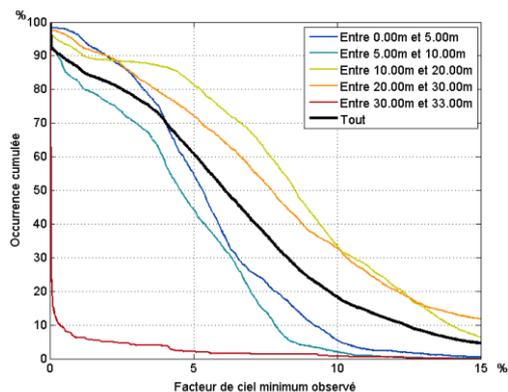


Figure 88: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-15% pour [Chartres ~2m].

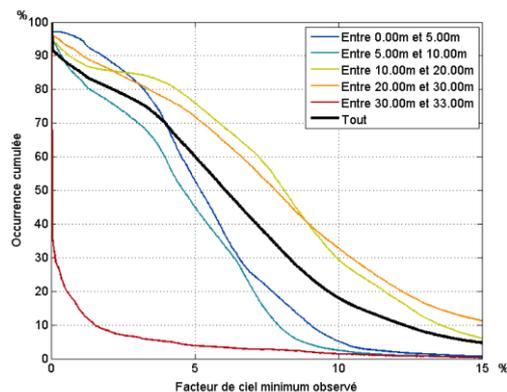


Figure 89: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-15% pour [Chartres ~1m].

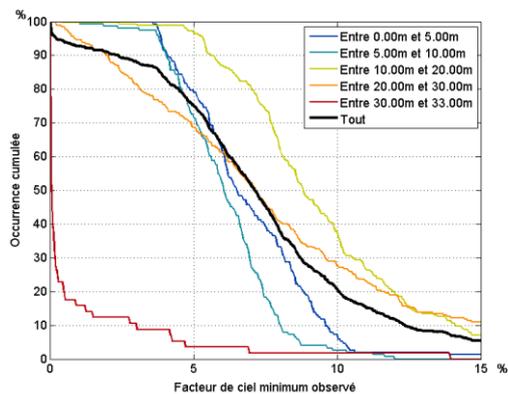


Figure 90: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-15% pour [Chartres cut ~2m].

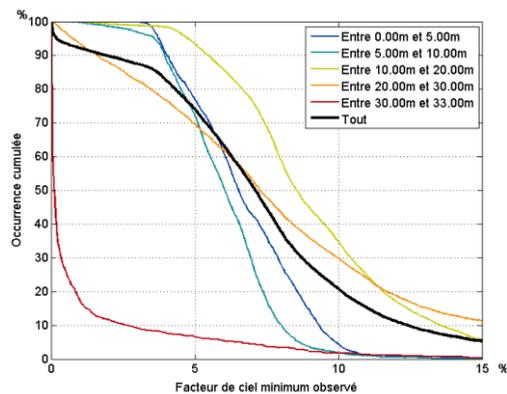


Figure 91: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-15% pour [Chartres cut ~0.5m].

L'augmentation de la résolution de la grille permet à nouveau de lisser les courbes. De plus, celles correspondant à des tranches successives ont tendance à se rapprocher. En effet, dans une grille grossière, les points situés à proximité du plan de séparation des tranches sont principalement situés soit au dessus soit en dessous du plan. Une grille plus fine permet de mieux répartir ces points de part et d'autre du plan.

L'utilisation du plan médian réduit l'occurrence des faibles valeurs de facteur de ciel, comme dans le cas des histogrammes, mais l'allure générale des courbes est conservée.

Sensibilité vis-à-vis du calcul du facteur de ciel

Pour rappel, en chacun des points de la grille de la zone de travail, le facteur de ciel est calculé en effectuant une série de lancés de rayon. Si le rayon ne touche aucune facette du modèle, il participe au facteur de ciel. L'orientation des rayons est déterminée par la position des points d'une grille sur une projection équivalente. Par défaut, la grille carrée circonscrite à la projection équivalente fait 100 points de côté. Dans certains cas, principalement lorsque les ouvertures sont petites, ce nombre peut ne pas être suffisant et il pourrait être bon de l'augmenter. C'est ce que nous allons vérifier.

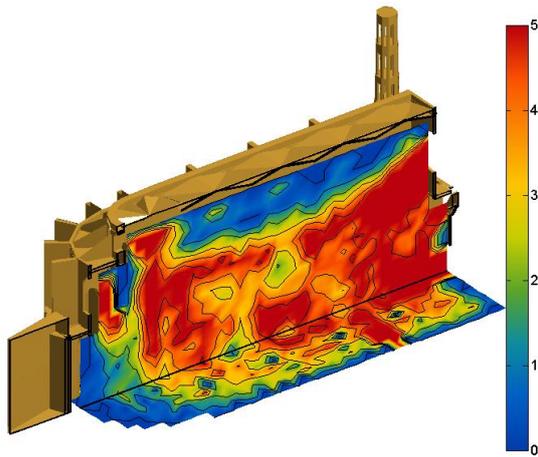


Figure 92: Coupes 0-5% pour l'église Santa Maria de Barcelone avec une grille de 20x20 [Santa-Maria 20].

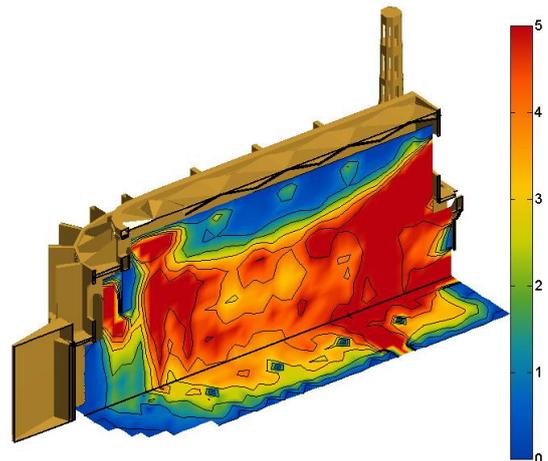


Figure 93: Coupes 0-5% pour l'église Santa Maria de Barcelone avec une grille de 50x50 [Santa-Maria 50].

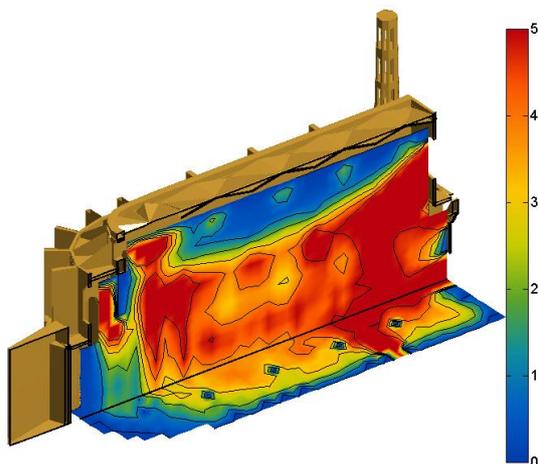


Figure 94: Coupes 0-5% pour l'église Santa Maria de Barcelone avec une grille de 100x100 [Santa-Maria].

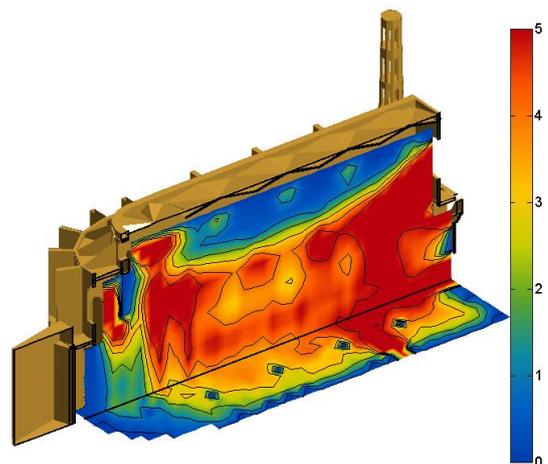


Figure 95: Coupes 0-5% pour l'église Santa Maria de Barcelone avec une grille de 500x500 [Santa-Maria 500].

La grille de calcul de 20x20 donne une esquisse grossière des coupes. Beaucoup de perturbations sont observées. La grille de 50x50 est beaucoup plus proche de celle de 100x100, bien que les frontières soient légèrement différentes. La grille de 500x500 ne modifie que très peu les contours par rapport à la grille de 100x100.

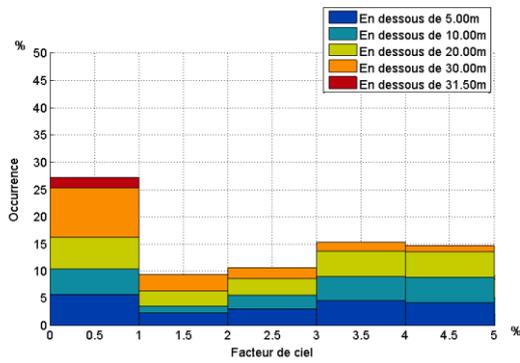


Figure 96: Histogramme d'occurrence 0-5% pour [Santa-Maria 20].

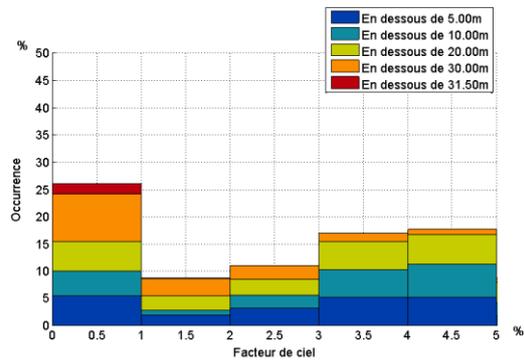


Figure 97: Histogramme d'occurrence 0-5% pour [Santa-Maria 50].

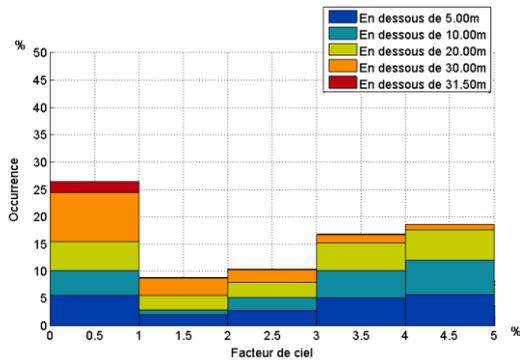


Figure 98: Histogramme d'occurrence 0-5% pour [Santa-Maria].

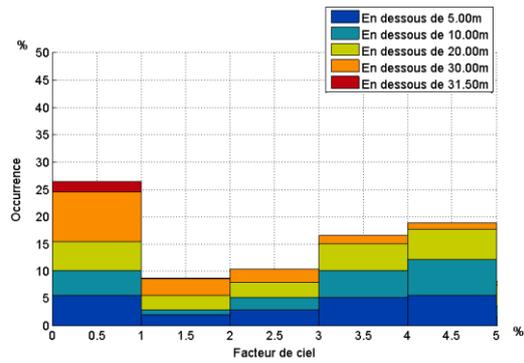


Figure 99: Histogramme d'occurrence 0-5% pour [Santa-Maria 500].

La grille de 20x20 donne les résultats les plus éloignés. Vient ensuite la grille de 50x50. La grille de 100x100 et celle de 500x500 donnent des résultats quasiment identiques.

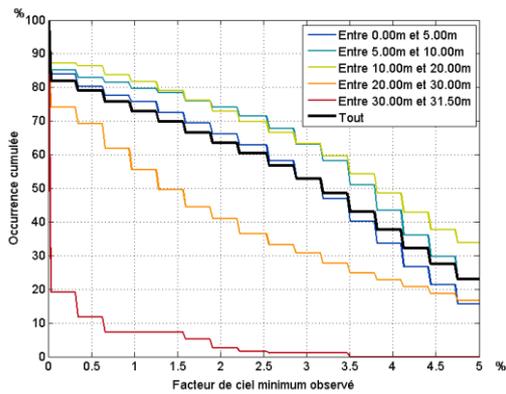


Figure 100: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-5% pour [Santa-Maria 20].

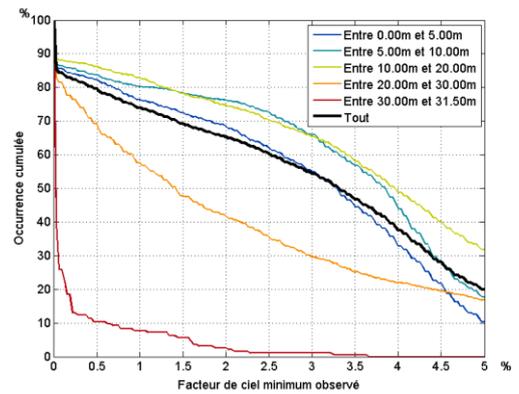


Figure 101: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-5% pour [Santa-Maria 50].

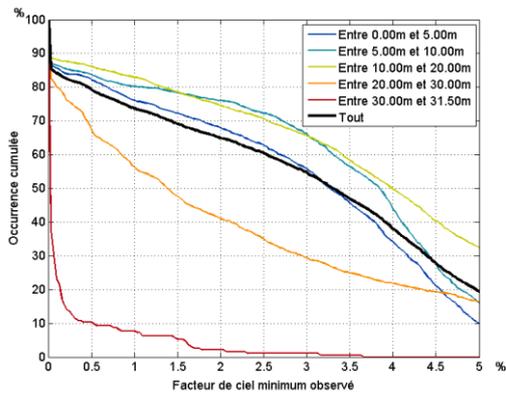


Figure 102: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-5% pour [Santa-Maria].

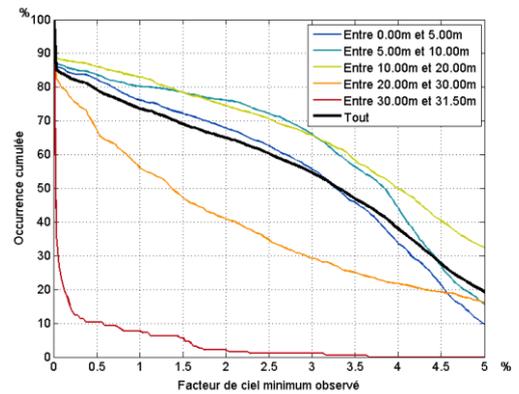


Figure 103: Evolution des valeurs de facteur de ciel 0-5% pour [Santa-Maria 500].

La grille de 20x20 ne peut renvoyer que $10^2\pi$, soit environ 314, valeurs différentes. Cela induit des courbes en escalier dont les sauts sont distants de 0.32%. Pour la grille de 50x50, cela donne environ 1963 valeurs différentes, soit des écarts de 0.05% ce qui adoucit fortement les courbes. Pour les grilles de 100x100 et de 500x500, l'écart devient inférieur à la discrétisation du graphique. Mise à part cette présence de sauts, les allures sont très similaires.

La grille de 20x20 est donc insuffisante, apportant des biais dans les résultats. Dans une première approche, celle de 50x50 pourrait suffire, mais celle de 100x100 est plus précise. L'apport de la grille de 500x500 est négligeable dans ce cas. Notons que la valeur par défaut de 100 a été choisie comme règle de bonne pratique au fur et à mesure du développement du logiciel Héliodon.

Annexes

Définitions des zones de travail

Un parallélépipède rectangle est défini par une commande du type :

```
[ Xmin Xmax Ymin Ymax Zmin Zmax ]
```

Un cylindre est défini par une commande du type :

```
[ NaN Axe Amin Amax Rayon Bcentre Ccentre ]
```

Où A est la coordonnée suivant l'axe choisi (1=>X, 2=>Y, 3=>Z) et B et C sont les coordonnées dans le plan perpendiculaire à l'axe.

B52

```
[-3.15 -0.05 0.00 5.40 0.00 2.30] %B52_1
[-3.15 -0.05 0.00 5.40 3.05 5.35] %B52_2
[0.05 6.35 0.00 5.40 0.00 2.30] %B52_3
[0.05 6.35 0.00 5.40 3.05 5.35] %B52_4
```

Chartres

```
[-56.9 25.61 -34.51 -7.377 0 12.22]
[-69.39 25.8 -27.95 -13.69 0 32.14]
[-20 18.68 -40.48 -1.423 0 12.22]
[-13.42 0 -47.15 5.087 0 32.13]
[NaN 3 0 33 32.65-25.8 25.8 -21]
```

Sainta-Maria

```
[36 100 8.46 41.92 0 14.47]
[NaN 3 0 14.47 36-19.27 36 25.19]
[36.74 97.19 11.66 38.72 0 26.47]
[NaN 3 0 26.47 36.74-23.72 36.74 25.19]
[36.74 97.19 19.18 31.21 0 31.5]
[NaN 3 0 31.5 36.74-30.74 36.74 25.19]
```

Saint-Jacques-de-Compostelle

```
[227.2 233.1 568.5 587.5 0 23.53]
[233.1 233.6 568.5 587.6 0 19.33]
[233.6 315.4 567.0 589.0 0 11.05]
[233.6 309.5 567.0 589.0 11.05 17.62]
[NaN 3 0 28.94 5.0 294.0 578.0]
[NaN 3 0 17.04 5.0 315.4 578.0]
[309.5 315.4 572.9 583.1 11.05 17.62]
[NaN 3 0 12.58 11.2 315.4 578.0]
[315.4 332.2 574.5 581.5 0 6.042]
[283.3 304.6 542.8 613.2 0 16.04]
[283.3 304.6 547.1 608.9 16.04 17.62]
```

Définitions des tranches d'analyse.

La zone de travail a été divisée verticalement afin d'étudier la répartition verticale des facteurs de ciel. Voici les limites verticales vis-à-vis de chaque bâtiment.

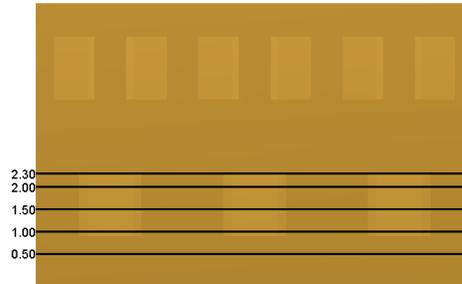


Figure 104: Tranches d'analyse de l'étage inférieur du bâtiment B52 (B52_1 et B52_3).

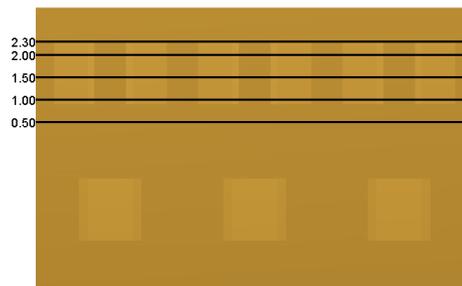


Figure 105: Tranches d'analyse de l'étage supérieur du bâtiment B52 (B52_2 et B52_4).

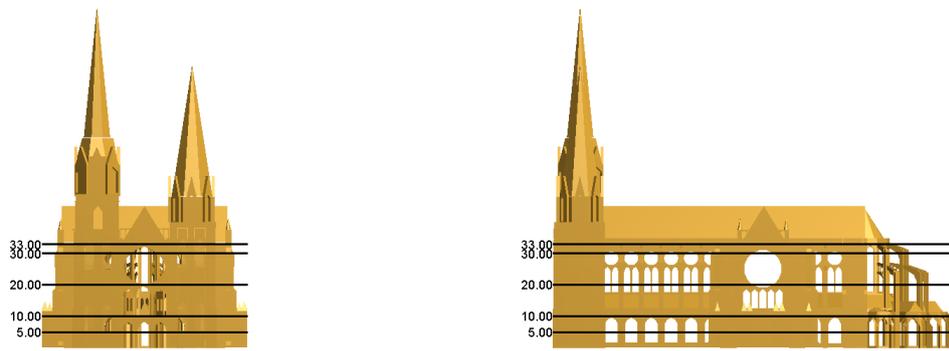


Figure 106: Tranches d'analyse de la cathédrale Notre-Dame de Chartres.

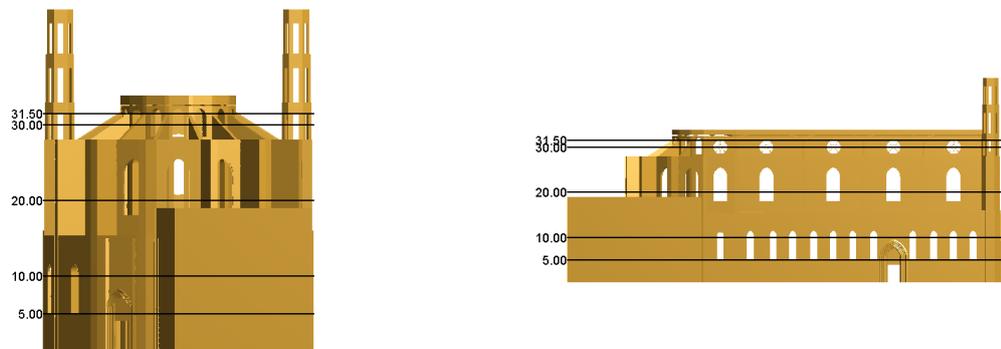


Figure 107: Tranches d'analyse de l'église Santa Maria de Barcelone.

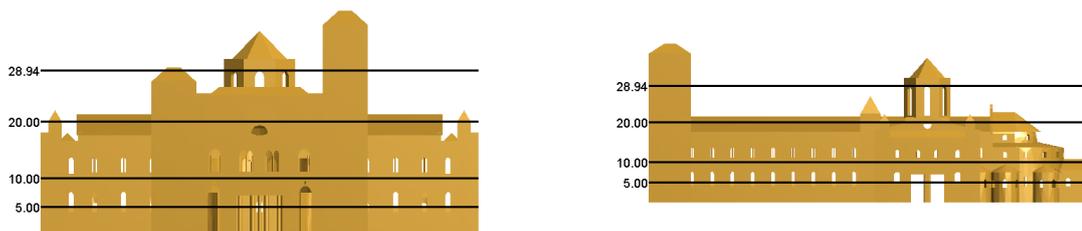


Figure 108: Tranches d'analyse de la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle.

Logs

B52_1

```
*****
Working with model B52_1

Rotating to apply (-1.0000 0.0000 0.0000)' on Z
Cutting 1 times from Z= 1.6000 to 1.6000 each

0 faces with identical nodes removed in 0.0008s.
1 volumes separated in 0.0000s.
Temporary variables created in 0.0003s.
Object rotated in 0.0081s.
1 cuts in 0.0234s.
1 regroupings in 0.0007s.
1 cutted objects unrotated in 0.0000s.
1 cutted objects displayed in 0.3670s.
Total cut process in 0.0248s.
Grille de 32 x 55 x 24 = 42240 points dont 42240 utilisés
composée de cellules de 0.100 x 0.100 x 0.100 = 0.001000 m³
soit un volume utilisé approximatif de 42.2400 m³
contre un volume total de 38.5020 m³
1.609 secondes pour afficher la grille

Map generation (computemaps.exe)
Writing file C:\DOCUME~1\ADMINI~1\LOCALS~1\Temp\tp284635 ...
vertices:          1368
faces:             684
points:            42240
grid:              100
projection: equivalent
Reading data ...
Building grid ...
time for map generation (sec): 235 s
Return code 0

235.983 secondes pour calculer les facteurs de ciel
2.078 secondes pour afficher les coupes
6.094 secondes pour afficher les isosurfaces
10.281 secondes pour compiler les facteurs de ciel
2.688 secondes pour afficher les graphiques
```

B52_2

```
*****
Working with model B52_2

Rotating to apply (-1.0000 0.0000 0.0000)' on Z
Cutting 1 times from Z= 1.6000 to 1.6000 each

0 faces with identical nodes removed in 0.0010s.
1 volumes separated in 0.0000s.
Temporary variables created in 0.0002s.
Object rotated in 0.0016s.
1 cuts in 0.0152s.
1 regroupings in 0.0007s.
1 cutted objects unrotated in 0.0001s.
1 cutted objects displayed in 0.5455s.
Total cut process in 0.0164s.
Grille de 32 x 55 x 24 = 42240 points dont 42240 utilisés
composée de cellules de 0.100 x 0.100 x 0.100 = 0.001000 m3
soit un volume utilisé approximatif de 42.2400 m3
contre un volume total de 38.5020 m3
1.563 secondes pour afficher la grille

Map generation (computemaps.exe)
Writing file C:\DOCUME~1\ADMINI~1\LOCALS~1\Temp\tp332373 ...
vertices:          1368
faces:             684
points:            42240
grid:              100
projection: equivalent
Reading data ...
Building grid ...
time for map generation (sec): 158 s
Return code 0

158.654 secondes pour calculer les facteurs de ciel
2.125 secondes pour afficher les coupes
6.344 secondes pour afficher les isosurfaces
10.953 secondes pour compiler les facteurs de ciel
2.547 secondes pour afficher les graphiques
```

B52_3

```
*****
Working with model B52_3

Rotating to apply (-1.0000 0.0000 0.0000)' on Z
Cutting 1 times from Z= -3.2000 to -3.2000 each

0 faces with identical nodes removed in 0.0013s.
1 volumes separated in 0.0000s.
Temporary variables created in 0.0002s.
Object rotated in 0.0024s.
1 cuts in 0.0164s.
1 regroupings in 0.0007s.
1 cutted objects unrotated in 0.0001s.
1 cutted objects displayed in 0.4217s.
Total cut process in 0.0179s.
Grille de 64 x 55 x 24 = 84480 points dont 84480 utilisés
composée de cellules de 0.100 x 0.100 x 0.100 = 0.001000 m3
soit un volume utilisé approximatif de 84.4800 m3
contre un volume total de 78.2460 m3
1.719 secondes pour afficher la grille

Map generation (computemaps.exe)
Writing file C:\DOCUME~1\ADMINI~1\LOCALS~1\Temp\tp364390 ...
vertices:          1368
faces:             684
points:           84480
grid:              100
projection: equivalent
Reading data ...
Building grid ...
time for map generation (sec): 474 s
Return code 0

474.740 secondes pour calculer les facteurs de ciel
1.813 secondes pour afficher les coupes
5.984 secondes pour afficher les isosurfaces
22.375 secondes pour compiler les facteurs de ciel
2.531 secondes pour afficher les graphiques
```

B52_4

```
*****
Working with model B52_4

Rotating to apply (-1.0000 0.0000 0.0000)' on Z
Cutting 1 times from Z= -3.2000 to -3.2000 each

0 faces with identical nodes removed in 0.0011s.
1 volumes separated in 0.0000s.
Temporary variables created in 0.0005s.
Object rotated in 0.0043s.
1 cuts in 0.0152s.
1 regroupings in 0.0007s.
1 cutted objects unrotated in 0.0001s.
1 cutted objects displayed in 0.4703s.
Total cut process in 0.0164s.
Grille de 64 x 55 x 24 = 84480 points dont 84480 utilisés
composée de cellules de 0.100 x 0.100 x 0.100 = 0.001000 m3
soit un volume utilisé approximatif de 84.4800 m3
contre un volume total de 78.2460 m3
2.000 secondes pour afficher la grille

Map generation (computemaps.exe)
Writing file C:\DOCUME~1\ADMINI~1\LOCALS~1\Temp\tp453098 ...
vertices:          1368
faces:             684
points:            84480
grid:              100
projection: equivalent
Reading data ...
Building grid ...
time for map generation (sec):  319 s
Return code 0

319.693 secondes pour calculer les facteurs de ciel
1.719 secondes pour afficher les coupes
6.172 secondes pour afficher les isosurfaces
22.484 secondes pour compiler les facteurs de ciel
2.578 secondes pour afficher les graphiques
```

Chartres ~2m

```
*****
Working with model Chartres_Cathedral-2

Face number: 25328
Vertex number without merging: 75984
Vertex number after merging: 12571
Time for merging:      6.5 s
Rotating to apply (0.0000 -1.0000 0.0000)' on Z
Cutting 1 times from Z= 21.0000 to 21.0000 each

0 faces with identical nodes removed in 0.0281s.
1 volumes separated in 0.0032s.
Temporary variables created in 0.0033s.
Object rotated in 0.0048s.
1 cuts in 0.2820s.
1 regroupings in 0.0120s.
1 cutted objects unrotated in 0.0005s.
1 cutted objects displayed in 1.1497s.
Total cut process in 0.2951s.
Grille de 52 x 27 x 18 = 25272 points dont 10427 utilisés
composée de cellules de 2.001 x 2.009 x 1.941 = 7.803154 m³
soit un volume utilisé approximatif de 81363.4855 m³
contre un volume total de 175898.6948 m³
6.406 secondes pour afficher la grille

Map generation (computemaps.exe)
Writing file C:\DOCUME~1\ADMINI~1\LOCALS~1\Temp\tp541490 ...
vertices:      12571
faces:        25328
points:       10427
grid:         100
projection: equivalent
Reading data ...
Building grid ...
time for map generation (sec):  799 s
Return code 0

800.127 secondes pour calculer les facteurs de ciel
6.734 secondes pour afficher les coupes
16.828 secondes pour afficher les isosurfaces
2.563 secondes pour compiler les facteurs de ciel
3.344 secondes pour afficher les graphiques
```

Chartres ~1m

```
*****
Working with model Chartres_Cathedral-2

Face number: 25328
Vertex number without merging: 75984
Vertex number after merging: 12571
Time for merging:          9.2 s
Rotating to apply (0.0000 -1.0000 0.0000)' on Z
Cutting 1 times from Z= 21.0000 to 21.0000 each

0 faces with identical nodes removed in 0.0281s.
1 volumes separated in 0.0027s.
Temporary variables created in 0.0033s.
Object rotated in 0.0047s.
1 cuts in 0.1338s.
1 regroupings in 0.0122s.
1 cutted objects unrotated in 0.0003s.
1 cutted objects displayed in 0.5916s.
Total cut process in 0.1465s.
Grille de 103 x 53 x 34 = 185606 points dont 80084 utilisés
composée de cellules de 1.000 x 1.005 x 1.000 = 1.004952 m3
soit un volume utilisé approximatif de 80480.5469 m3
contre un volume total de 175898.6948 m3
4.109 secondes pour afficher la grille

Map generation (computemaps.exe)
Writing file C:\DOCUME~1\ADMINI~1\LOCALS~1\Temp\tp104809 ...
vertices:      12571
faces:         25328
points:        80084
grid:          100
projection: equivalent
Reading data ...
Building grid ...
time for map generation (sec): 6202 s
Return code 0

6202.746 secondes pour calculer les facteurs de ciel
3.859 secondes pour afficher les coupes
12.250 secondes pour afficher les isosurfaces
19.750 secondes pour compiler les facteurs de ciel
3.328 secondes pour afficher les graphiques
```

Chartres cut ~2m

```
*****
Working with model Chartres_Cathedral-2

Face number: 25328
Vertex number without merging: 75984
Vertex number after merging: 12571
Time for merging: 9.7 s
Rotating to apply (0.0000 -1.0000 0.0000)' on Z
Cutting 1 times from Z= 21.0000 to 21.0000 each

0 faces with identical nodes removed in 0.0301s.
1 volumes separated in 0.0027s.
Temporary variables created in 0.0028s.
Object rotated in 0.0051s.
1 cuts in 0.2915s.
1 regroupings in 0.0111s.
1 cutted objects unrotated in 0.0005s.
1 cutted objects displayed in 1.1349s.
Total cut process in 0.3042s.
Grille de 52 x 27 x 18 = 25272 points dont 10427 utilisés
composée de cellules de 2.001 x 2.009 x 1.941 = 7.803154 m³
soit un volume utilisé approximatif de 81363.4855 m³
contre un volume total de 175898.6948 m³
873 points utilisés après coupe.
2.219 secondes pour afficher la grille

Map generation (computemaps.exe)
Writing file C:\DOCUME~1\ADMINI~1\LOCALS~1\Temp\tp395238 ...
vertices: 12571
faces: 25328
points: 873
grid: 100
projection: equivalent
Reading data ...
Building grid ...
time for map generation (sec): 64 s
Return code 0

64.979 secondes pour calculer les facteurs de ciel
6.313 secondes pour afficher les coupes
16.234 secondes pour afficher les isosurfaces
0.281 secondes pour compiler les facteurs de ciel
3.391 secondes pour afficher les graphiques
```

Chartres cut ~0.5m

```
*****
Working with model Chartres_Cathedral-2

Face number: 25328
Vertex number without merging: 75984
Vertex number after merging: 12571
Time for merging: 6.9 s
Rotating to apply (0.0000 -1.0000 0.0000)' on Z
Cutting 1 times from Z= 21.0000 to 21.0000 each

0 faces with identical nodes removed in 0.0306s.
1 volumes separated in 0.0027s.
Temporary variables created in 0.0034s.
Object rotated in 0.0043s.
1 cuts in 0.3240s.
1 regroupings in 0.0170s.
1 cutted objects unrotated in 0.0006s.
1 cutted objects displayed in 1.4600s.
Total cut process in 0.3385s.
Grille de 205 x 105 x 67 = 1442175 points dont 621129 utilisés
composée de cellules de 0.500 x 0.502 x 0.500 = 0.125619 m³
soit un volume utilisé approximatif de 78025.5756 m³
contre un volume total de 175898.6948 m³
13314 points utilisés après coupe.
5.484 secondes pour afficher la grille

Map generation (computemaps.exe)
Writing file C:\DOCUME~1\ADMINI~1\LOCALS~1\Temp\tp135341 ...
vertices: 12571
faces: 25328
points: 13314
grid: 100
projection: equivalent
Reading data ...
Building grid ...
time for map generation (sec): 1095 s
Return code 0

1095.808 secondes pour calculer les facteurs de ciel
7.000 secondes pour afficher les coupes
16.234 secondes pour afficher les isosurfaces
3.188 secondes pour compiler les facteurs de ciel
3.281 secondes pour afficher les graphiques
```

Santa-Maria

```

*****
Working with model SANTA-MARIA

** sub-model COLUMNAS
Face number: 436
Vertex number without merging: 1308
Vertex number after merging: 256
Time for merging: 0.5 s
** sub-model CONTRAFUERTES
Face number: 484
Vertex number without merging: 1452
Vertex number after merging: 288
Time for merging: 0.5 s
** sub-model EDIFICIO
Face number: 36
Vertex number without merging: 108
Vertex number after merging: 20
Time for merging: 0.5 s
** sub-model MUROS
Face number: 48232
Vertex number without merging: 144696
Vertex number after merging: 23875
Time for merging: 32.4 s
** sub-model TECHOS
Face number: 432
Vertex number without merging: 1296
Vertex number after merging: 253
Time for merging: 0.5 s
Rotating to apply (0.0000 -1.0000 0.0000)' on Z
Cutting 1 times from Z= -25.0000 to -25.0000 each

74 faces with identical nodes removed in 0.0544s.
1 volumes separated in 0.0028s.
Temporary variables created in 0.0037s.
Object rotated in 0.0061s.
1 cuts in 0.3716s.
1 regroupings in 0.0107s.
1 cutted objects unrotated in 0.0008s.
1 cutted objects displayed in 0.6555s.
Total cut process in 0.3919s.
Grille de 41 x 18 x 17 = 12546 points dont 8990 utilisés
composée de cellules de 2.018 x 1.968 x 1.969 = 7.820645 m³
soit un volume utilisé approximatif de 70307.5945 m³
contre un volume total de 85088.6127 m³
5.031 secondes pour afficher la grille

Map generation (computemaps.exe)
Writing file C:\DOCUME~1\ADMINI~1\LOCALS~1\Temp\tp124276 ...
vertices: 24692
faces: 49620
points: 8990
grid: 100
projection: equivalent
Reading data ...
Building grid ...
time for map generation (sec): 866 s
Return code 0

866.581 secondes pour calculer les facteurs de ciel
4.656 secondes pour afficher les coupes
10.000 secondes pour afficher les isosurfaces
2.219 secondes pour compiler les facteurs de ciel
3.531 secondes pour afficher les graphiques

```

Santa-Maria 20

Working with model SANTA-MARIA

Rotating to apply (0.0000 -1.0000 0.0000)' on Z
Cutting 1 times from Z= -25.0000 to -25.0000 each

74 faces with identical nodes removed in 0.0577s.
1 volumes separated in 0.0030s.
Temporary variables created in 0.0028s.
Object rotated in 0.0061s.
1 cuts in 0.3955s.
1 regroupings in 0.0105s.
1 cutted objects unrotated in 0.0008s.
1 cutted objects displayed in 1.3427s.
Total cut process in 0.4163s.
Grille de 41 x 18 x 17 = 12546 points dont 8990 utilisés
composée de cellules de 2.018 x 1.968 x 1.969 = 7.820645 m³
soit un volume utilisé approximatif de 70307.5945 m³
contre un volume total de 85088.6127 m³
9.281 secondes pour afficher la grille

Map generation (computemaps.exe)
Writing file C:\DOCUME~1\ADMINI~1\LOCALS~1\Temp\tp061726 ...
vertices: 24692
faces: 49620
points: 8990
grid: 20
projection: equivalent
Reading data ...
Building grid ...
time for map generation (sec): 684 s
Return code 0

684.712 secondes pour calculer les facteurs de ciel
8.594 secondes pour afficher les coupes
19.594 secondes pour afficher les isosurfaces
2.266 secondes pour compiler les facteurs de ciel
3.656 secondes pour afficher les graphiques

Santa-Maria 50

Working with model SANTA-MARIA

Rotating to apply (0.0000 -1.0000 0.0000)' on Z
Cutting 1 times from Z= -25.0000 to -25.0000 each

74 faces with identical nodes removed in 0.0542s.
1 volumes separated in 0.0028s.
Temporary variables created in 0.0044s.
Object rotated in 0.0061s.
1 cuts in 0.3915s.
1 regroupings in 0.0104s.
1 cutted objects unrotated in 0.0022s.
1 cutted objects displayed in 1.3482s.
Total cut process in 0.4132s.
Grille de 41 x 18 x 17 = 12546 points dont 8990 utilisés
composée de cellules de 2.018 x 1.968 x 1.969 = 7.820645 m³
soit un volume utilisé approximatif de 70307.5945 m³
contre un volume total de 85088.6127 m³
8.469 secondes pour afficher la grille

Map generation (computemaps.exe)
Writing file C:\DOCUME~1\ADMINI~1\LOCALS~1\Temp\tp190719 ...
vertices: 24692
faces: 49620
points: 8990
grid: 50
projection: equivalent
Reading data ...
Building grid ...
time for map generation (sec): 747 s
Return code 0

747.397 secondes pour calculer les facteurs de ciel
8.297 secondes pour afficher les coupes
19.719 secondes pour afficher les isosurfaces
2.281 secondes pour compiler les facteurs de ciel
3.641 secondes pour afficher les graphiques

Santa-Maria 500

Working with model SANTA-MARIA

Rotating to apply (0.0000 -1.0000 0.0000)' on Z
Cutting 1 times from Z= -25.0000 to -25.0000 each

74 faces with identical nodes removed in 0.0535s.
1 volumes separated in 0.0027s.
Temporary variables created in 0.0038s.
Object rotated in 0.0060s.
1 cuts in 0.3787s.
1 regroupings in 0.0101s.
1 cutted objects unrotated in 0.0008s.
1 cutted objects displayed in 1.2844s.
Total cut process in 0.4006s.
Grille de 41 x 18 x 17 = 12546 points dont 8990 utilisés
composée de cellules de 2.018 x 1.968 x 1.969 = 7.820645 m³
soit un volume utilisé approximatif de 70307.5945 m³
contre un volume total de 85088.6127 m³
8.328 secondes pour afficher la grille

Map generation (computemaps.exe)
Writing file C:\DOCUME~1\ADMINI~1\LOCALS~1\Temp\tp245784 ...
vertices: 24692
faces: 49620
points: 8990
grid: 500
projection: equivalent
Reading data ...
Building grid ...
time for map generation (sec): 1949 s
Return code 0

1949.496 secondes pour calculer les facteurs de ciel
8.297 secondes pour afficher les coupes
19.969 secondes pour afficher les isosurfaces
2.297 secondes pour compiler les facteurs de ciel
3.875 secondes pour afficher les graphiques

Saint-Jacques-de-Compostelle

```
*****
Working with model Saint-Jacques_de_Compostelle

Face number: 174327
Vertex number without merging: 522981
Vertex number after merging: 92180
Time for merging: 295.9 s
Rotating to apply (0.0000 -1.0000 0.0000)' on Z
Cutting 1 times from Z= -578.0000 to -578.0000 each

94 faces with identical nodes removed in 0.1870s.
1 volumes separated in 0.0067s.
Temporary variables created in 0.0045s.
Object rotated in 0.1449s.
1 cuts in 4.7352s.
1 regroupings in 0.1772s.
1 cutted objects unrotated in 0.0066s.
1 cutted objects displayed in 1.2515s.
Total cut process in 4.8468s.
Grille de 54 x 36 x 15 = 29160 points dont 7150 utilisés
composée de cellules de 1.981 x 2.011 x 2.067 = 8.237369 m3
soit un volume utilisé approximatif de 58897.1903 m3
contre un volume total de 213924.4800 m3
8.734 secondes pour afficher la grille

Map generation (computemaps.exe)
Writing file C:\DOCUME~1\ADMINI~1\LOCALS~1\Temp\tp202069 ...
vertices: 92180
faces: 174327
points: 7150
grid: 100
projection: equivalent
Reading data ...
Building grid ...
time for map generation (sec): 2743 s
Return code 0

2745.427 secondes pour calculer les facteurs de ciel
8.719 secondes pour afficher les coupes
22.875 secondes pour afficher les isosurfaces
1.844 secondes pour compiler les facteurs de ciel
4.031 secondes pour afficher les graphiques
```

Conclusion

L'intégration des outils dans Héliodon n'a pas été réalisée par nos soins car certaines fonctionnalités nécessitent une refonte partielle du code, avec notamment la création de nouveaux objets au sens *programmable* du terme. De plus, cela n'entraîne pas dans le cadre de cette étude.

Comme nous l'avons vu, le remplacement d'un modèle de terrain par un rideau équivalent permet de diminuer le temps de calcul du masque correspondant. Lorsque l'outil sera implémenté dans Héliodon, cela permettra d'améliorer le temps de réponse de l'interface interactive lorsque l'utilisateur fera appel à un modèle de terrain.

L'intégration de l'outil de coupe permettra non seulement de visualiser l'intérieur d'un bâtiment, mais il pourra également faciliter la définition de la zone de travail pour le calcul du facteur de ciel volumique. En effet, en utilisant le module de dessin existant dans Héliodon, il sera possible de définir les différents volumes de la zone de travail en cliquant directement sur le modèle du bâtiment. Les limites de la zone n'en seront que plus précises.

L'outil de calcul du facteur de ciel volumique a déjà commencé à faire ses preuves en différenciant clairement des bâtiments de styles architecturaux distincts. Cependant, une étude ultérieure est nécessaire afin d'étudier un plus grand nombre d'édifices tout en essayant de limiter le nombre de styles architecturaux. Il sera alors possible de confirmer ou non qu'un style architectural définit de manière univoque une répartition des valeurs de facteur de ciel et réciproquement.

Les outils que nous avons développés et présentés dans cette étude viendront donc enrichir les possibilités du logiciel Héliodon lorsqu'ils y seront complètement intégrés. Notons que l'intégration de l'outil de coupe a déjà été partiellement réalisée, au niveau de la phase d'importation du modèle au format de fichier STL.